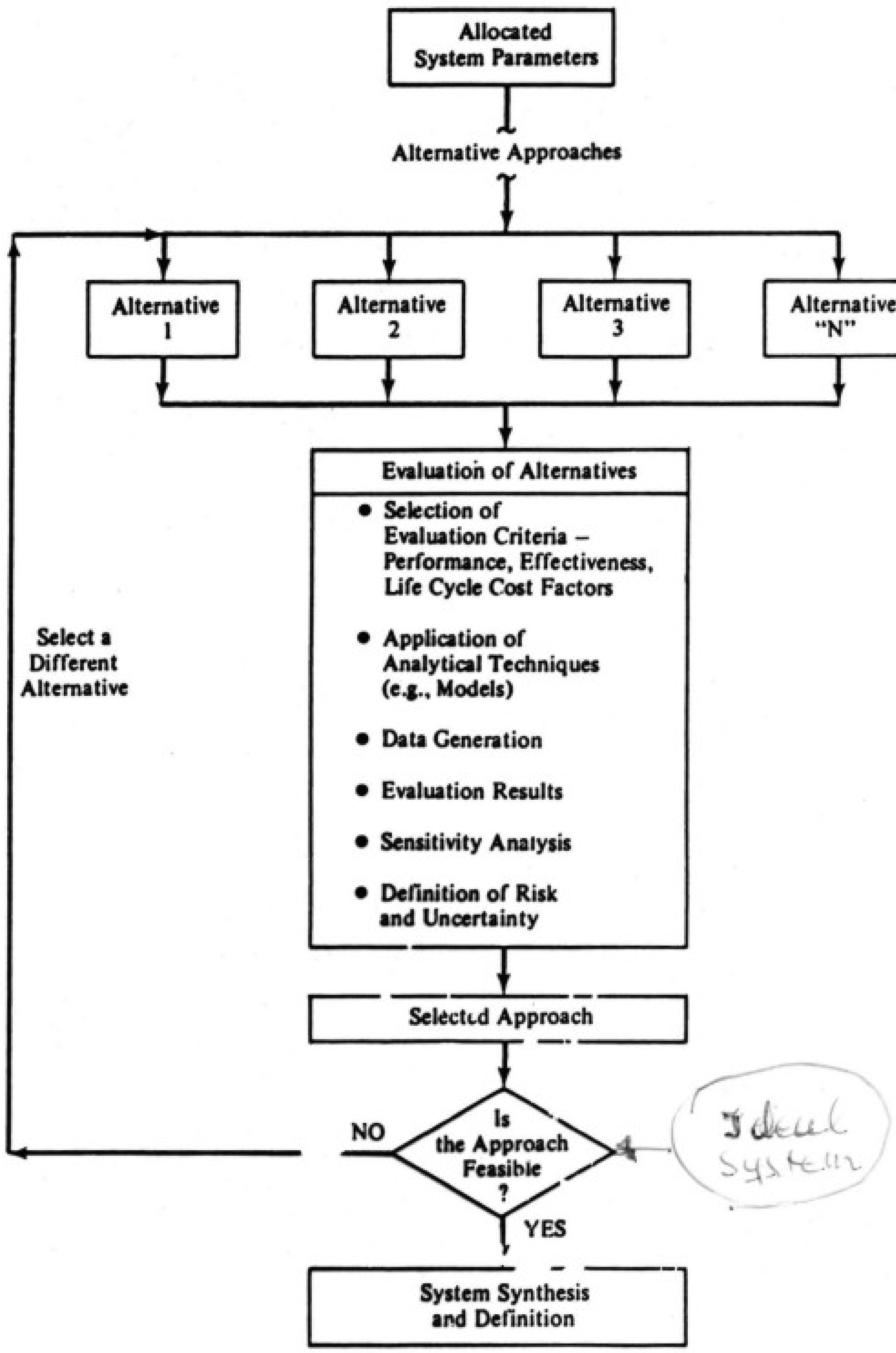
# 8.Wybór rozwiązań systemowych – ocena, optymalizacja, decyzje

***Każdy krok w życiu to konieczność wyboru i decyzja, oby optymalna!***
NN

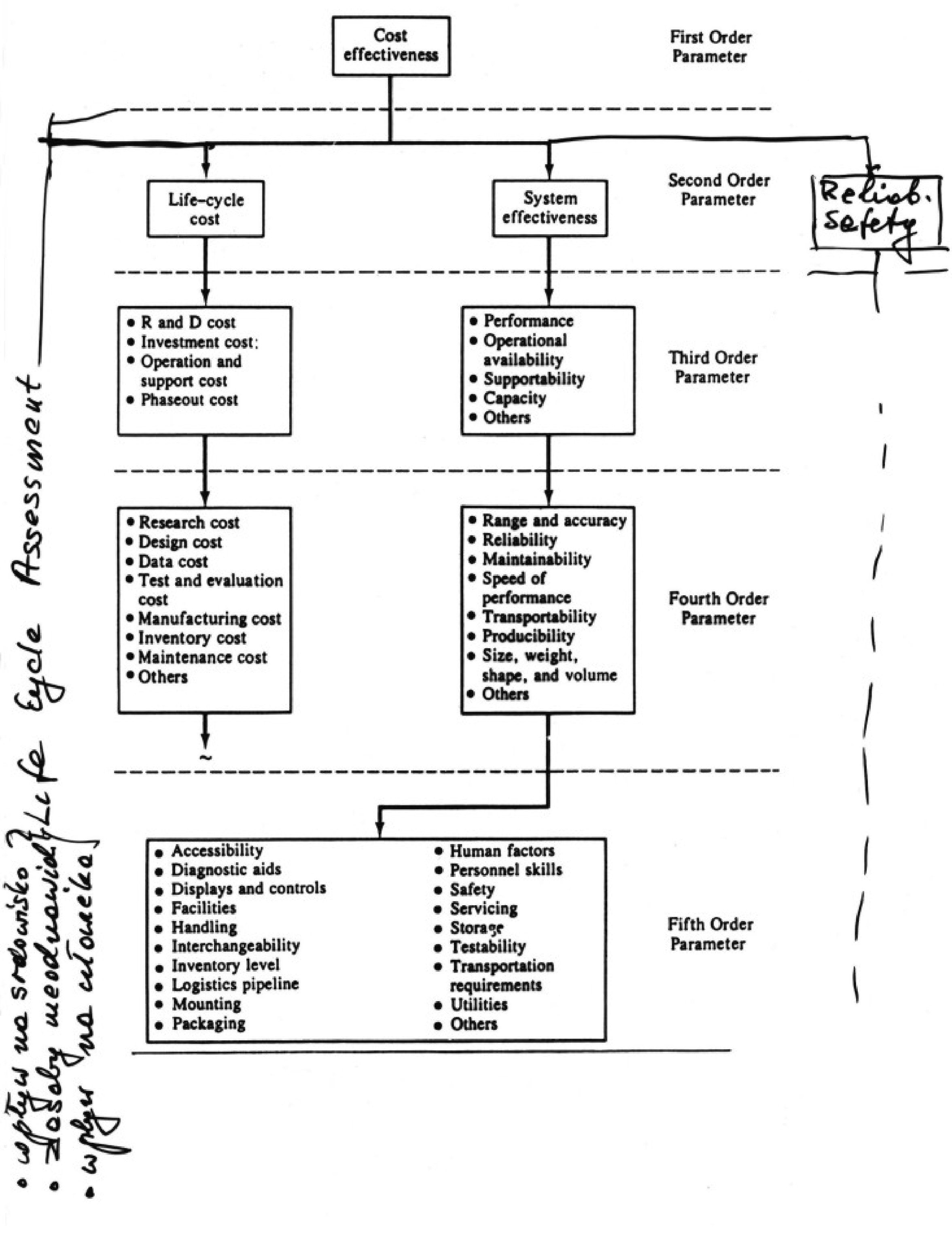


## 8.1 Wstęp

W naszej podróży po Inżynierii Systemów i Ogólnej Teorii Systemów, lub jak ostatnio to nazwano Metodologii Systemów [Hall89] jesteśmy na początku zdefiniowania (określenia wymogów i osiągów) systemu (patrz rozdz. 7). Jesteśmy zatem w sytuacji posiadania zbioru możliwych rozwiązań uzyskanych np. przez zastosowanie technik twórczego myślenia. Dobraliśmy również odpowiednie modele dla tych rozwiązań, tak że znamy równowagowe i ewolucyjne zachowanie się tych rozwiązań w **całym cyklu** ich ewentualnego życia. Stan ten doskonale oddaje rysunek 8.1, [Blanchard90]. Przestawia on wybrane warianty rozwiązań systemowych do oceny i wyboru za pomocą odpowiednich metod i kryteriów stosowanych na odnośnych poziomach szczegółowości oceny i decyzji.
Konieczność takiego stopniowego uszczegółowiania decyzji w projektowaniu systemowym przedstawia kolejny rysunek 8.2, [Blanchard90], dla przypadku projektowania obiektu technicznego, z punktu widzenia efektywności działania i związanych z tym kosztów. Jest to typowy przykład tzw. **top - down** analysis, typowej procedury stosowanej w inżynierii systemów.




Rys. 8.1: Ilustracja problemu oceny i wyboru rozwiązań alternatywnych na początkowym etapie jego definicji [Blanchard90].




Rys. 8.2: Hierarchia oceny i decyzji przy szczegółowym projektowaniu sytemu technicznego [Blanchard90].

Jak widać z rysunku 8.1 pierwszą czynnością jest wybranie kryteriów oceny rozwiązań, czyli jak to formułuje Hall [Hall89] wybór systemu idealnego. Temu ważnemu zagadnieniu poświęciliśmy już nieco uwagi (patrz rys. 7.5), a obecnie rozwiniemy to bardziej.

## 8.2 Wybór sytemu idealnego - kryteria jakości

**System idealny** (pożądany) zdefiniowany jest przez zbiór wartości i określeń słownych i można go tak nazwać gdyż reprezentuje możliwe do uzyskania osiągi wymagane przez zamawiającego (przyszłego użytkownika). Ta wizja systemu idealnego jest zarysowana w granicach fizycznej i ekonomicznej realizowalności, obecnej i przewidywanej przyszłej. Muszą tu być sprecyzowane z odpowiednimi tolerancjami najważniejsze dane: **funkcjonalne**, **operacyjne**, **koszty**, wskaźniki **bezpieczeństwa**, wpływu na **środowisko**, itp. Warto tu wspomnieć, że zagadnienie opracowania systemu idealnego było obecne w umyśle ludzkim od zarania dziejów, począwszy od wyobrażeń nieba w różnych religiach, do różnych idealnych systemów społecznych, np. Republika -Platona, Utopia – T. Moora, itd. Jest to zawsze pewien standard, do którego przymierzamy zastaną lub projektowaną rzeczywistość. Stąd tez sformułowanie takiego standardu dla nowoprojektowanego systemu jest zagadnieniem niepośledniej wagi. Formalnie **system idealny** jest najlepszym wykoncypowanym przez planistów i projektantów na danym poziomie wiedzy i technologii ([Hall89] r.2.8.2) wytworzonej przez daną społeczność. Nie wszystkie cechy tego systemu idealnego da się wyrazić w zapisie matematycznym, zatem dużą pomocą może być przejście do zmiennych lingwistycznych i logiki rozmytej, o czym w skrócie nieco później w rozdziale 9. W sytuacji dobrze zdefiniowanego modelu matematycznego systemu idealnego może być on wyrażony przez n - wymiarowy **wektor $\mathbf{X}^*$** idealnych atrybutów $\mathbf{x}^*$ systemu jak niżej,

$$X = [x_1^*, x_2^*, ... x_n^*] \qquad (8.1)$$

Każdy system alternatywny z rysunku 8.1 może być również wyrażony przez podobny wektor swych atrybutów $\mathbf{X^i}$. Możemy zatem formalnie mówić o bliskości, bądź **odległości wariantów** systemu od jego ideału. Spośród wielu definicji odległości najlepiej jest wybrać odległość uogólnioną typu jak niżej.

$$d(X^i, X^*) = [ \sum_{k=1}^{n} d \mid x_k^i - x_k^* \mid ^q ]^{1/q} . \qquad (8.2)$$

Tutaj dla wykładnika q = 2 mamy odległość Euklidesa - uznającą wszystkie składowe odległości cząstkowe prawie równomiernie, zaś dla $q \to \infty$ odległość Hamminga - preferującą cząstkowe odległości maksymalne.

W tej sytuacji mając wybraną miarę odległości każdego rozwiązania od rozwiązania idealnego możemy zastosować procedury optymalizacyjne dla wyboru najlepszego realizowalnego (r) wariantu systemu, dla którego

$$d_r = \min_i [ d (X^i, X^*) ] . \qquad (8.3)$$

Istnienie takiej relacji, czasami niejawnej, jest podstawą stosowania wielu metod optymalizacyjnych deterministycznych i stochastycznych przy planowaniu i projektowaniu systemów - o czym jeszcze będzie wielokrotnie mowa. Jednak wyartykułowanie wszystkich atrybutów systemu (również idealnego) na poziomie ilościowym nie zawsze jest łatwe a nawet możliwe. Widać to doskonale na pokazanym już przykładzie projektowania toru wyścigowego metodą Quality Function Deployment – **QFD** (rys. 7.18 ) .

Przy kwantyfikacji atrybutów systemu, wynikających z upodobań klienta potrzeba niejednokrotnie zastosować psychologiczną teorię wartości ([Blanchard92,r10], [Sage95], [Findeisen85]), pozwalającą na stosowanie metod ilościowych, nie heurystycznych. Nie musimy jednak tego robić jeśli do końca będziemy stosować metody intuicyjne, heurystyczne, np. metodę Delphi z użyciem niezależnych ekspertów. Istnienie idealnego systemu ma jeszcze głębszy sens. Jest on opracowywany jako pierwszy w odniesieniu do realnego systemu, zatem musi być również poddany weryfikacji, falsyfikacji i nawet jeśli trzeba korekcie, jeśli żądania metasystemu nie mogą być spełnione realizacyjnie. Co więcej system idealny musi mieć zmienność celów i zadań inną niż system realizowany, tzn **stała czasowa ważności** wzorca i zakres istnienia i zastosowań systemu idealnego muszą być daleko większe. Dla projektów innowacyjnych, bez znanych wzorców, planowanie i projektowanie systemu realnego odbywa się w ciągłym sprzężeniu zwrotnym z systemem idealnym, lub idealnym systemem wartości jak to nazywa Hall [Hall89]. Ten proces interakcji systemu idealnego i projektowanego widziany w kategoriach teorii automatycznej regulacji przedstawiono już na rysunku 7.3, [Hall89], gdzie również widać wyraźnie, że definiowanie systemu idealnego jest pierwotne w stosunku do projektowania systemu realnego.

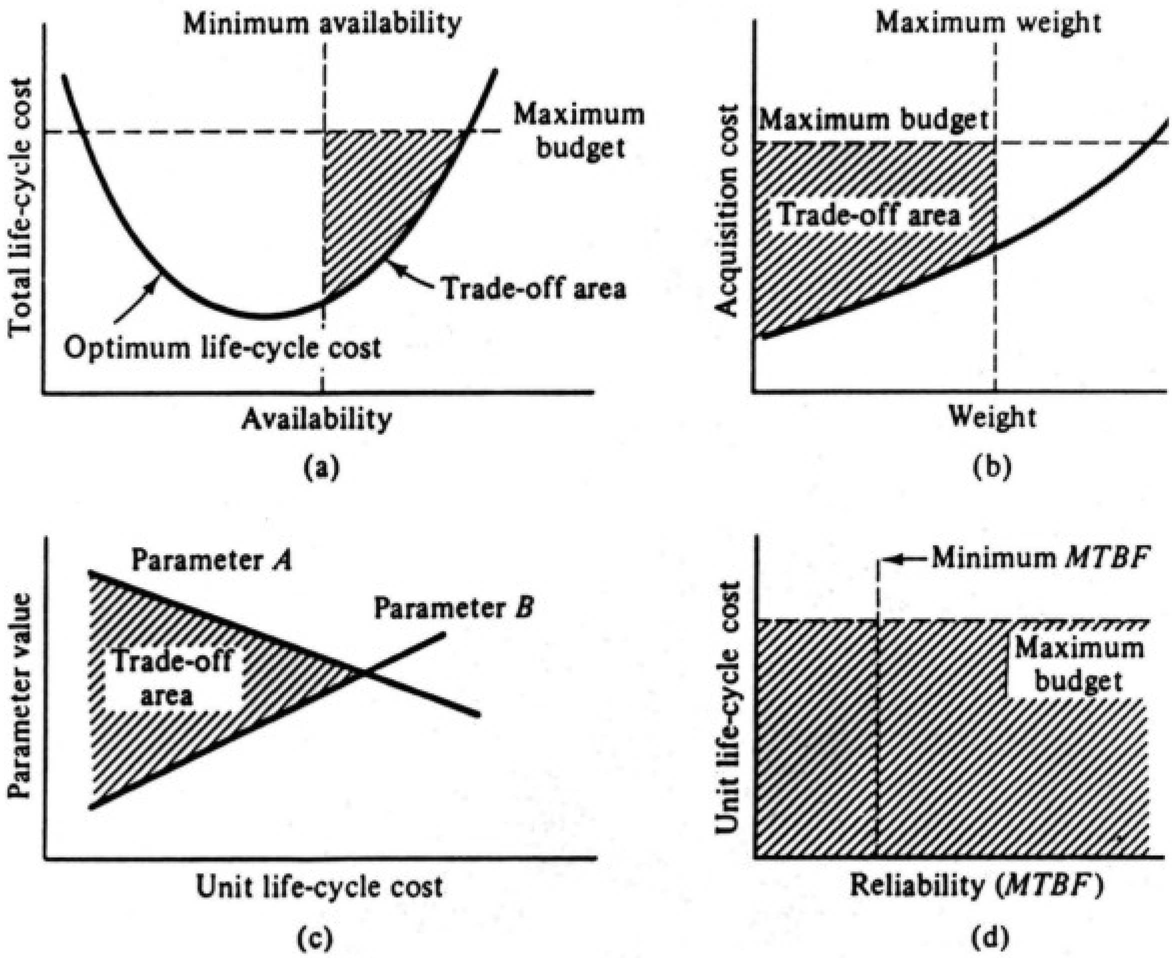
## 8.3 Optymalizacja wariantów rozwiązań systemu

Optymalizacja możliwych rozwiązań wariantów systemu (podsystemu, elementu) musi przebiegać jednocześnie lub czasami niezależnie po trzech lub coraz częściej czterech dziedzinach opisu własności systemu jak niżej (patrz również rys.... i ....):

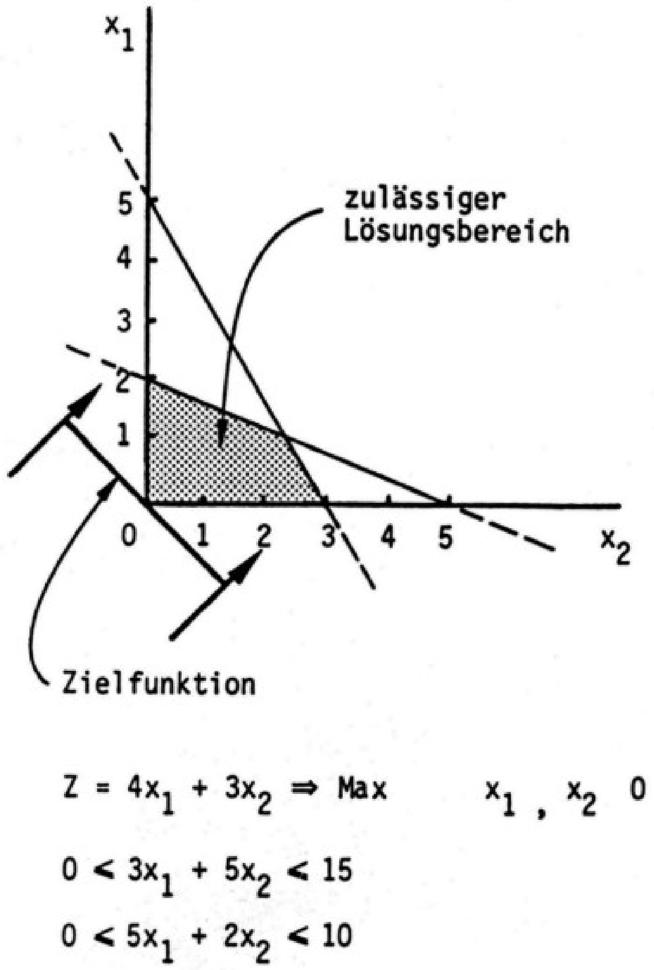
- **funkcjonalne**j dziedzinie systemu (moc, prędkość,...),
- w dziedzinie **niezawodności i bezpieczeństwa** ( średni czas pracy, obsługi, gotowość, niezawodność, maksymalne ryzyko, ...),
- w dziedzinie **ekonomiczno kosztowej** (koszty poszczególnych faz życia, koszty operacji i / lub systemów pomocniczych,...)
- w dziedzinie wpływu na **środowisko**, czyli zużycia zasobów nieodnawialnych, zwrotnej emisji energii i zanieczyszczeń, szkodliwości dla człowieka i środowiska.

Tak więc konfrontacja rozwiązania idealnego z wartościami granicznymi w przestrzeni parametrów funkcjonalnych, efektywnościowych[1], ekonomicznych, niezawodnościowych i środowiskowych ujawnia na ogół cały zakres rozwiązań dopuszczalnych, tak jak to zilustrowano na rysunku 8.3, [Blanchard90].

[1] Generalnie mówimy o **efektywności ekonomicznej i fizycznej** zdefiniowanej jako iloraz uzysku do wkładu.



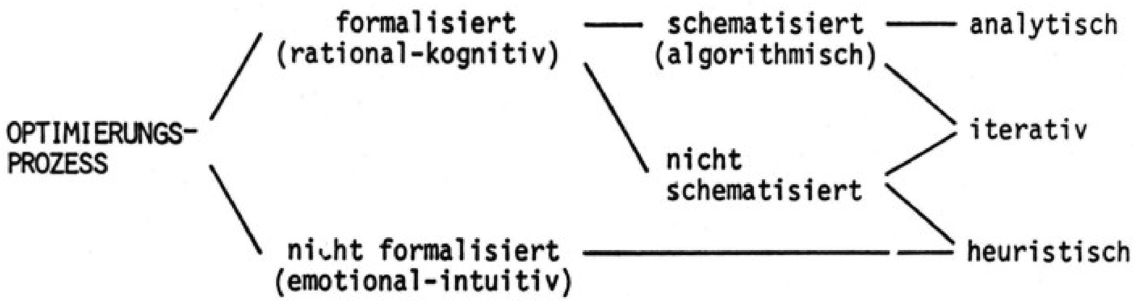
Minimum availability
Maximum budget
Total life-cycle cost
Trade-off area
Optimum life-cycle cost
Availability
(a)
Maximum weight
Maximum budget
Acquisition cost
Trade-off area
Weight
(b)
Parameter A
Parameter B
Parameter value
Trade-off area
Unit life-cycle cost
(c)
Minimum MTBF
Unit life-cycle cost
Maximum budget
Reliability (MTBF)
(d)




Rys. 8.3: Przykładowe zakresy istnienia rozwiązań dopuszczalnych w przestrzeni parametrów i kryteriów projektowych [Blanchard90].

Projektowany system musi się tu znaleźć w zakresie rozwiązań dopuszczalnych dla wyboru (wybieralnych – **trade off area**) i jak widać dla systemów złożonych ( patrz np. zbiór kryteriów oceny systemu technicznego z rysunku 8.2) może to być daleko bardziej skomplikowane niż na pokazanym już rysunku 8.3. Wyłaniający się więc problem wielokryterialnej **optymalizacj**i w zbiorze możliwych rozwiązań systemu nie jawi się obecnie tak prosto, nawet dla systemów deterministycznych.

Popatrzmy zatem na rysunek przedstawiający większość metod optymalizacyjnych możliwych w ogóle do zastosowania jak to przedstawia Patzak [Patzak 82]. Jak widać z rysunku 8.4 w zasadzie mamy do dyspozycji dwa podejścia, sformalizowane ilościowe i niesformalizowane jakościowe, będące zbiorem reguł płynących z doświadczenia.




Rys. 8.4 Możliwe podejścia do zadania optymalizacji systemowej [Patzak82].

Oba te podejścia łączą trzy metody już ilościowe; **analityczna** z dobrze określonymi procedurami, iteracyjną gdzie procedura jest krokowa, ora z **heurystyczna**, gdzie problem optymalizacji jest źle zdefiniowany i potrzebujemy dodatkowych reguł i strategii poszukiwawczych. Niżej scharakteryzujemy pokrótce te metody odsyłając zainteresowanych do literatury celem zgłębienia problemu [Patzak82], [Findeisen85], [Ostwald03], [Blanchard90].

### 8.3.1 Optymalizacja niesformalizowana - jakościowa

Ten rodzaj optymalizacji (emocjonalno - intuicyjno - heurystycznej) prowadzony jest za pomocą reguł płynących z doświadczenia. W szczególności postępowanie takie jest konieczne gdy:

- element systemu spełnia wiele funkcji, np karoseria samochodu,
- różne elementy systemu poddajemy tym samym wymaganiom trwałościowym, niezawodnościowym, wytrzymałościowym, itd.

**Przykład**
**Zbiór wytycznych dla optymalizacji niezawodności systemu technicznego.**

W fazie **planowania** systemu:

- zmniejszenie wartości obciążeń osiągalne przez różne środki projektowe,
- umieszczenie parametrów wytrzymałościowych w górnej strefie zakresu,
- planowanie odpowiednich pociągnięć organizacyjnych.

W fazie **realizacji**:

- zmniejszenie rozrzutu parametrów przez odpowiednie technologie, zrobotyzowanie, kontrolę jakości, itd.,
- zmniejszenie podatności na uszkodzenia 'wczesnego dzieciństwa' (infant mortality),

W fazie **użytkowania**:

- zmniejszenie awarii przez szkolenie personelu, odpowiednią politykę obsługiwania i remontów, wprowadzenie diagnostyki, itd,
- zmniejszenie obciążeń roboczych przez odpowiednie sterowanie procesem produkcji.

W fazie **reużytkowania**:

- zwiększenie odzysku materiałów,
- zmniejszenie wolumenu i toksyczności odpadów, itp.,
- Zmniejszenie wydatkowanej energii.

Jak widać z powyższego przykładu jedynie możliwe do przeprowadzenia jest tu ujęcie jakościowe tych wielopoziomowych zabiegów optymalizacyjnych.

**8.3.2 Optymalizacja heurystyczno - ilościowa**

Polega ona na przeszukiwaniu przestrzeni rozwiązań (źle sformułowane zadanie optymalizacji) jedną z poniższych metod.

- metoda kombinacyjna (wszystkie możliwe kombinacje parametrów są rozpatrywane),
- metoda siatki (systematyczny przegląd przestrzeni rozwiązań),
- ortogonalnego spadku (jednowymiarowe przeszukiwanie wielowymiarowego problemu),
- metoda gradientu (szukanie metodą najszybszego spadku do minimum)
- metoda Monte Carlo (stochastyczne przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań),
- zastosowanie modeli rozmytych i sieci neuronowych,
- zastosowanie metod sztucznej inteligencji, algorytmów genetycznych, programowania ewolucyjnego.

Szczegółowy opis przykłady zastosowań tych metod można znaleźć w [Findeisen85], [Gutenbaum92], [Ostwald2003], a nawet istnieją pozycje specjalistyczne dotyczące każdej z metod oddzielnie [Piegat99].

**8.3.3 Optymalizacja analityczno iteracyjna**

Mając n -wymiarowy wektor atrybutów systemu $X = [x_1,...x_n]$, z ewentualnymi cząstkowymi funkcjami celu $z_i = f_i(X)$ formułuje się łączną funkcję celu jak niżej.

$$Z = f[X] = \sum g_i\, f_i\, [X] = \text{optimum} = (\text{minimum/maximum}), \quad X = [x_1,...x_n], \quad (8.4)$$

z zadanymi współczynnikami wagi $g_i \geq 0$, przy $\sum g_i = 1$ .

Do tego należy jeszcze dołączyć ograniczenia projektowe

$$r_k \leq r_k\,(x_1, ...x_n) \leq R_k\,,; \qquad k = 1,...p.$$

oraz dodatkowe związki jakie czasami muszą one spełniać

$$F_s = F_s\,(x_1, ...x_n), ; \qquad s = 1,...$$

Jak widać, mimo że zagadnienie jest sformalizowane i postawione w kategoriach ilościowych to nie jest ono proste. Zaś najprostsza rachunkowo sytuacja wynika gdy funkcja celu i ograniczenie są liniowe jak niżej

$$Z = k_1\, x_1 + k_2\, x_2 + ... + k_n\, x_n = \text{max/min}, \quad x \geq 0, \; r_k \leq a_{k1}x_1 + a_{k2}\, x_2 + ... + a_{kn}\, x_n \leq R_k\,, \quad k = 1,...p. \qquad (8.5)$$

Wtedy rozwiązania problemu można znaleźć za pomocą tzw. programowania liniowego i wszelkich odmian metody simpleksów, łącznie z metodami graficznymi.

Przykład takiej optymalizacji podany jest na rysunku 8.5, [Patzak82], skąd można wnioskować o względnej prostocie tych metod.

Rys. 8.5 Przykład optymalizacji metodą programowania liniowego [Patzak82].

Za pomocą tak prostych metod można optymalizować zagadnienia transportowe, logistyczne, cało liczbowe, zarówno w podejściu deterministycznym jak i probabilistycznym. W tym ostatnim przypadku należy dodatkowo znaleźć **przedziały ufności** rozwiązań optymalnych.

Dla nieliniowego zadania optymalizacji rozwiązań sparametryzowanych wariantów systemu możemy je postawić zupełnie ogólnie jak niżej.

Należy zminimalizować funkcję celu

$$Z = f(X) = \min, \qquad (8.6)$$

przy ograniczeniach

$$g_s(X) = 0, \qquad s = 1,...p.$$

Jeśli funkcje f(X) , $g_s(X)$ są wypukłe to można posłużyć się metodą mnożników Lagrange'a $\lambda_s$ tworząc nową funkcję celu

$$Z_l(X,\lambda) = f(X) + \sum \lambda_s g_s(X) \qquad (8.7)$$

Równania rozwiązujące problem optymalizacji uzyskamy przyrównując do zera kolejne pochodne funkcji celu jak niżej.

$$\frac{\partial Z_l}{\partial \lambda_s} = 0, ..., \qquad \frac{\partial Z_l}{\partial x_i} = 0, \quad s = 1,...p, \qquad i = 1,...n$$

**Przykład**

Znaleźć prostopadłościenny pojemnik na materiał sypki o pojemności $V = 1000\ m^3$ , wysokości -L, szerokości -B, i wysokości -H, o **minimalnym polu ścian bocznych -Z**. Wiadomo z geometrii , że

$$Z = L B + 2 L H + 2 B H$$

warunek na objętość V = L B H , można zapisać: LB H - V = 0.

Funkcja Lagrange’a zadania optymalizacji

$$Z_l = L B + 2 L H + 2 B H + \lambda(L B H - V).$$

Równania rozwiązujące;

$$\frac{\partial Z_l}{\partial L} = B + 2 H \lambda B H = 0, \quad \frac{\partial Z_l}{\partial B} = L + 2 H + \lambda H = 0, \quad \frac{\partial Z_l}{\partial W} = 2 L + 2 B + \lambda L B = 0, \quad \frac{\partial Z_l}{\partial \lambda} = LBH-V = 0$$

skąd kolejno podstawiając wyliczamy

$$\lambda = \frac{-(B + 2H)}{BH}, \qquad B = L, \quad \lambda = -4/L, \qquad L = 3H,$$

**czyli objętość pojemnika:**

$$\mathbf{V = L B H = L^3/2 .}$$

A stąd decyzja projektowa:

$$L = 12{,}6\ m,\ ;\ B = 12{,}6\ m,\ ;\ H = 6{,}3\ m\ .$$

Tyle w skrócie na temat optymalnych deterministycznych metod projektowania systemowego sformułowanych explicite i znanych liczbowych parametrach ocenowych. Nie zawsze jednak to jest możliwe jak zobaczymy niżej.

### 8.4 Podejmowanie decyzji wyboru w optymalizacji systemowej

Podejmując decyzje w inżynierii systemów szukamy zawsze rozwiązania lub zbiór **rozwiązań** maksymalizujących **użyteczność**[2] wybranego działania. Jeśli działanie (decyzja) 'i' w okolicznościach 'j' przyniesie użyteczność $\mathbf{E_{ij}}$ to nasz wybór winien być zgodny z regułą: $\mathrm{Max}\{\mathbf{E_{ij}}\}$ . Obliczenie użyteczności działania nie jest jednoznaczne (patrz literatur teorii decyzji i teorii użyteczności). Istnieje zatem wiele podejść do teorii i praktyki decyzji i w pierwszym przybliżeniu można je podzielić na:

- podejście deskryptywne, opisujące sposób i preferencje podejmowania decyzji przez człowieka decydenta w sytuacjach rzeczywistych,
- podejście normatywne - aksjomatyczne, czysto sformalizowane matematycznie,
- preskryptywne - będące użyteczną mieszaniną obu powyższych.

Według A. P. Sage [Sage92] to właśnie trzecie podejście jest właściwą ingrediencją ujęcia normatywnego i deskryptywnego, co nosi nazwę prescryptywnego podejścia do analizy i oceny decyzji. Same zaś decyzje mogą być dzielone i wyróżniane zależnie od naszej wiedzy o możliwych konsekwencjach działań (akcji) i wiedzy o stanie natury (otoczenia). Wyłączając decyzje w warunkach konfliktu (drugi decydent o nieznanej strategii gry) ogół decyzji możemy podzielić na:

1. decyzje w stanie pewności co do wyników każdego działania (deterministyczne),
2. decyzje o znanym ryzyku (np prawdopodobieństwo) w relacji akcja - użyteczność,
3. decyzje w stanie niepewności co do ryzyka w relacji akcja - użyteczność.

Niżej w skrócie omówimy najważniejsze momenty tych trzech rodzajów sytuacji decyzyjnych, które projektant systemów złożonych często spotyka w swej praktyce.

#### 8.4.1 Decyzje deterministyczne

Podejmowanie decyzji projektowych dotyczących wyboru wariantu systemu przewidzianego do realizacji w warunkach deterministycznych, tzn. gdy sam system jak i otoczenie zachowuje się deterministycznie, nie jest zbyt trudne. Jest tak zwłaszcza gdy cechy pożądanego systemu są w pełni kwantyfikowalne np. zgodnie z poniższą formułą (8.7). Wtedy wybór systemu do realizacji może przebiegać zgodnie z zaprezentowaną już regułą minimalnej odległości od systemu idealnego (8.3). Będziemy więc realizowali system, którego parametry spełniają warunek

$$d_r = \min_i [\ d\ (X^i, X^*)]\ , \qquad (8.7)$$

a w jego poszukiwaniu słuszne będą wszystkie metody zreferowane w poprzedniej sekcji.

Warto tu wspomnieć, że jako cechy systemu możemy obrać cechy fizykalne, ekonomiczne lub znacznie lepiej efektywnościowe w postaci różnych wskaźników jakości FOM (Figures of Merit). Przy nie kwantyfikowalnych cechach systemu należy kierować się

---

[2] Użyteczność może być mierzona na wiele sposobów, nawet emocjonalnie, lecz najczęściej w pieniądzu. Nie ma jednak liniowej zależności między wartością monetarną i użytecznością, patrz np. [Lingren77]

doświadczeniem, a zwłaszcza opiniami ekspertów, podobnie jak w twórczym poszukiwaniu rozwiązań systemowych opisanych poprzednio w rozdziale 7. W nieliniowych zadaniach optymalizacji deterministycznej mogą wystąpić trudności w przeszukiwaniu przestrzeni rozwiązań, zaleca się zatem zwrócić w stronę **metod sztucznej inteligencji**, np sieci neuronowych, algorytmów i programowania genetycznego, automatów komórkowych i programowania ewolucyjnego [Piegat99], [Coveney97].

### 8.4.2 Decyzje ze znanym ryzykiem

W wielu przypadkach optymalizacji wariantów systemów i optymalizacji ich możliwych działań, często musimy podjąć decyzję przy niepełnej wiedzy o stanie otoczenia (bądź układu) i wpływie na nasz system. Oznaczmy możliwe do podjęcia akcje przez: $\mathbf{A_1, ...A_m}$. Akcje te możemy podejmować przy różnych stanach otoczenia nie będących pod naszą kontrolą: $\mathbf{F_1, ...F_m}$. Załóżmy, że potrafimy oszacować prawdopodobieństwa występowania danego stanu natury: $\mathbf{P_1, ...P_m}$ , tak jak to przedstawiono na rysunku 8.6, gdzie $E_{ij}$ oznacza poszczególne sumy użyteczności (efektywności ) działań, o charakterze wypłat w jednostkach monetarnych. Dla znalezienia najlepszej decyzji (działania) maksymalizującej wypłaty załóżmy dodatkowo że:

- zdarzenia stanów natury są wzajemnie wykluczające,
- stany natury nie zależą od podjętej akcji i ‘vice versa’,
- specyficzny stan natury nie jest znany dokładnie, (choć czasami czynimy takie założenie).

$$
\begin{array}{c|cccc}
P_j & P_1 & P_2 & \cdots & P_n \\
F_j & F_1 & F_2 & \cdots & F_n \\
A_i & & & & \\
\hline
A_1 & E_{11} & E_{12} & \cdots & E_{1n} \\
A_2 & E_{21} & E_{22} & \cdots & E_{2n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
A_m & E_{m1} & E_{m2} & \cdots & E_{mn}
\end{array}
$$

Rys. 8.6 Macierz użyteczności (wypłat $E_{ij}$) dla zadanych akcji $A_i$ i przy stanie natury $F_j$ [Blanchard90].

Pora już zatem określić co będziemy rozumieli przez ryzyko danej akcji, działania czy przedsięwzięcia $R_A$. Można to wykonać na wiele sposobów, a najprościej definiuje się je przez możliwy zakres użyteczności działania (również strat), czyli

$$E_{min} < R_A < E_{max} \qquad (9.7).$$

Bardziej sformalizowana definicja ryzyka [Sage95]ujmuje już prawdopodobieństwa wystąpienia danej użyteczności (zwłaszcza straty), czyli dla działania $A_i$ i użyteczności ‘$E_{ij}$ ’

możemy napisać

$$R_{Ai,j} = P_j \; E_{ij} , \qquad (9.8).$$

Natomiast średnie ryzyko działania przy różnych stanach natury będzie

$$R_{Ai} = \sum_j P_j E_{ij} . \qquad (9.9)$$

Istnieje cały szereg propozycji rozwiązań tego problemu za pomocą prostych metod statystycznej teorii decyzji. Dla ich ilustracji weźmy pod uwagę system (organizację), firmę informatyczną ubiegającą się o dwa kontrakty. Tutaj działanie może przejawiać się stanem wygrania kontraktu, $C_1$ lub $C_2$ bądź nawet obu $C_1 + C_2$ . Prawdopodobieństwo stanów (w nawiasach nad stanem) i wynikające stąd zyski i straty w tysiącach dolarów z tytułu kontraktu podane są na rysunku 8.7, [Blanchard90]. Niżej przestawimy kilka sposobów rozwiązania tego problemu decyzyjnego.

| PROBABILITY: FUTURE: | | (0.3) $C_1$ | (0.2) $C_2$ | (0.5) $C_1 + C_2$ |
|---|---|---|---|---|
| | $A_1$ | 100 | 100 | 400 |
| | $A_2$ | −200 | 150 | 600 |
| Alternative | $A_3$ | 0 | 200 | 500 |
| | $A_4$ | 100 | 300 | 200 |

Rys. 8.7 Macierz wypłat dla trzech możliwych stanów $C_i$ kontraktów systemu z podaniem ich prawdopodobieństw [Blanchard90].

### Kryterium zakresu aspiracji

Tutaj określamy wstępnie zakres możliwego do przyjęcia ryzyka zysku i ryzyka strat. Jeśli dla danych z rysunku 8.7 przyjmiemy zakres ryzyka **$-100 < R < 500$** tysięcy dolarów, to jedynie działania **$A_1$** i **$A_3$** będą tu do przyjęcia, i dalszą decyzję wyboru działania musimy oprzeć o inne metody.

### Kryterium najbardziej prawdopodobnego stanu

W zastosowaniu do danych z rysunku 8.7 i wzoru

$$EU_i = \max_j \; P_j \; \{\max_i E_{ij}\}, \qquad (9.10)$$

daje nam ono stan $C_1 + C_2$ z prawdopodobieństwem $P = 0.5$ i maksymalną wypłatą w tym stanie dla decyzji **$A_2$** = 600.

### Kryterium wartości oczekiwanej

Kryterium to można zapisać jako

$$EU_i = \max_i \quad [\sum P_i E_{ij}], \qquad i = 1,2,3.. \qquad (9.11)$$

Zatem sumowanie w wierszach macierzy wypłat daje następujące wypłaty;

**$A_1$** = 250, **$A_2$** = 270, **$A_3$** = 290, **$A_4$** = 190 .

Widać stąd, że wybierając maksimum dostaniemy działanie $A_3$, dające największy spodziewany profit.

**Porównując decyzje** podjęte w stanie określonego ryzyka możemy napisać jak niżej.

+ Kryterium poziomu aspiracji: akcja: $A_1$ lub $A_3$,
+ Kryterium najbardziej prawdopodobnego stanu: akcja: $A_2$,
+ Kryterium wartości oczekiwanej: akcja: $A_3$.

Widzimy zatem, że działanie **$A_3$** jest preferowane dwa razy, możemy więc przypuszczać że będzie to najlepsza alternatywa działania zarządu firmy komputerowej.

### 8.4.3 Decyzje w stanie niepewności

Nie zawsze jednak dysponujemy danymi odnośnie możliwych stanów natury, nawet w sensie częstości ich występowania, czyli empirycznych prawdopodobieństw **$P_j$** z rys. 8.7. W takich sytuacjach też możemy znaleźć kilka metod oceny użyteczności decyzji.

**Kryterium Laplace'a** twierdzi, że z racji niewiedzy należy przyjąć równe prawdopodobieństwa zdarzeń i = 1,...n, czyli $P_i = 1/n$. Dla naszych danych mamy więc $P_i$ = 1/3 oraz,

$$EU_i = \max_i \sum_j E_{ij} P_j = \max_i 1/3 \sum_j E_{ij}, \quad , \qquad i = 1,2,3 . \qquad (9.12)$$

Takie kryterium daje wypłaty jak niżej;

$A_1$ = 200, $A_2$ = 183, **$A_3$** = 233, **$A_4$** = 200, , a więc podobnie jak poprzednio akcja **$A_3$** może być najbardziej efektywna.

**Kryterium maximin**, bierze ono maksymalną wypłatę ze wszystkich minimalnych wypłat poszczególnych stanów, czyli

$$EU_i = \max_i (\min_j E_{ij}), \qquad i = 1,2,3. \qquad (9.13)$$

W tym przypadku dostaniemy wypłaty jak niżej

$A_1$ = 100, $A_2$ = -200, $A_3$ = 0, $A_4$ = 100.

A więc w tym sensie akcje **$A_1$** i **$A_4$** są równoważne dając każda taką samą wypłatę.

**Kryterium maximax**, maksymalizuje ono zawsze wypłaty w danej akcji a następnie wybiera decyzje najbardziej opłacalne. Czyli tutaj mamy

$$EU_i = \max_i[\max_j E_{ij}], \qquad i = 1,2,3. \qquad (9.14)$$

**będzie: $A_1$** = 400 **, $A_2$** = 600**, $A_3$ =** 500**, $A_4$** = 300**.**

Tak więc działanie **$A_2$** jest najbardziej korzystne wobec tego kryterium.

**Kryterium Hurwicza**, żąda ono obrania preferencyjnego wskaźnika optymalności 0 ≤

$\alpha \leq 1$, a następnie oblicza stąd spodziewane wypłaty wg wzoru

$$EU_i = \max_i [\alpha \max_j E_ij + (1 - \alpha) \min_j E_{ij}], \qquad i = 1,2,3. , \qquad (9.15)$$

Postępując tak dla każdej akcji przy $\alpha$ **= 0,2** otrzymamy

$A_1 = 600, \quad A_2 = -40, \quad A_3 = 100, \quad A_4 = 100,$

Widać z powyższego, że działanie $\mathbf{A_1}$ może tu przynieść największe zyski.

Możemy podsumować obecnie uzyskane decyzje i dać wskazania na zalecaną akcję i stosowną wypłatę jak niżej.

| **AKCJA -** | | **KRYTERIUM** | **Wypłata** |
|---|---|---|---|
| $A_1$ maximin (100) ; | | Hurwicz ($\alpha$ = 0.2), | (100) |
| $A_2$ maximax (600) ; | | maksymaln. prawdop. | (600) |
| $A_3$ Laplace (233) ; | | wartość oczekiwana | (290) |
| $A_4$ maximin | | | (100). |

Jak widać z powyższego, przy tych danych (**braku danych**) prawie każde działanie może być optymalne w zależności od preferencji decydenta w doborze kryterium decyzyjnego. Patrząc zaś na wartości wypłat poszczególnych działań to **skrajny optymista** wybierze działanie $\mathbf{A_2}$ = 600 , zaś **pesymista** $\mathbf{A_1}$ = 100.

Dla zapewnienia dominancji jednej akcji nad drugą są tu dwa wyjścia. Po pierwsze na podstawie doświadczeń wybrać strategię decyzyjną przynoszącą największy profit, lub po drugie zastosować bardziej zaawansowane metody teorii decyzji i teorii gier [Findeisen85], [Lingren77], [Hall89], [Blanchard90]. Często zaś stan systemu (lub natury) nie jest tak nieokreślony jak wyżej, można zatem użyć innych metod maksymalizujących zysk lub wybierać działanie na podstawie innych kryteriów.

Zagadnienia maksymalizacji zysku (lub innego wskaźnika efektywności) w zagadnieniach deterministycznych można dobrze rozwiązywać za pomocą metod Programowania Dynamicznego (**PD**). Chociaż nazwa sugeruje tu zmienną czasową i przewidywanie przyszłego stanu systemu za pomocą PD, to jest to zaledwie mała część możliwości tej metody. Generalnie stosujemy obecnie PD do sytuacji sekwencyjnego podejmowania decyzji dotyczących alokacji środków i zadań, a więc do wszelkiego typu planowania operacji. Jest to więc zakres Badań Operacji dobrze omówiony w odrębnym przedmiocie wykładanym na Politechnikach. Poprzestając więc na tych uwagach zastosowań PD nie będziemy w to wchodzić głębiej, podobnie jak we wszystkie metody sieciowe typu **PERT** (Programm Evaluation and Review Techniqe), **G**(raphic)**ERT**, Teorię Kolejek, itd.

### 8.4.4 Drzewa decyzji

Problemy decyzyjne wszystkich trzech typów; deterministyczne, ze znanym i nieznanym ryzykiem, można rozwiązywać za pomocą tzw. **drzew decyzji** [Wymore76], [Sage92], [Lapin83,r15]. Drzewa takie mają strukturę gałęziową i na jego początku znajduje się decyzja stwarzająca możliwość szeregu działań, lub akcji oznaczona graficznie jako kwadrat □ . Działania główne rozchodzą się następnie na warianty działań, które spotykają się z różnymi stanami natury o różnych użytecznościach $E_{ij,}$ lub z wypłatami (dodatnimi lub ujemnymi). Jeśli do tego mamy sytuację określonego ryzyka, to każdemu działaniu towarzyszy określone prawdopodobieństwo zaistnienia zdarzenia tak jak na rysunku 8.8, [Andrzejczak92].

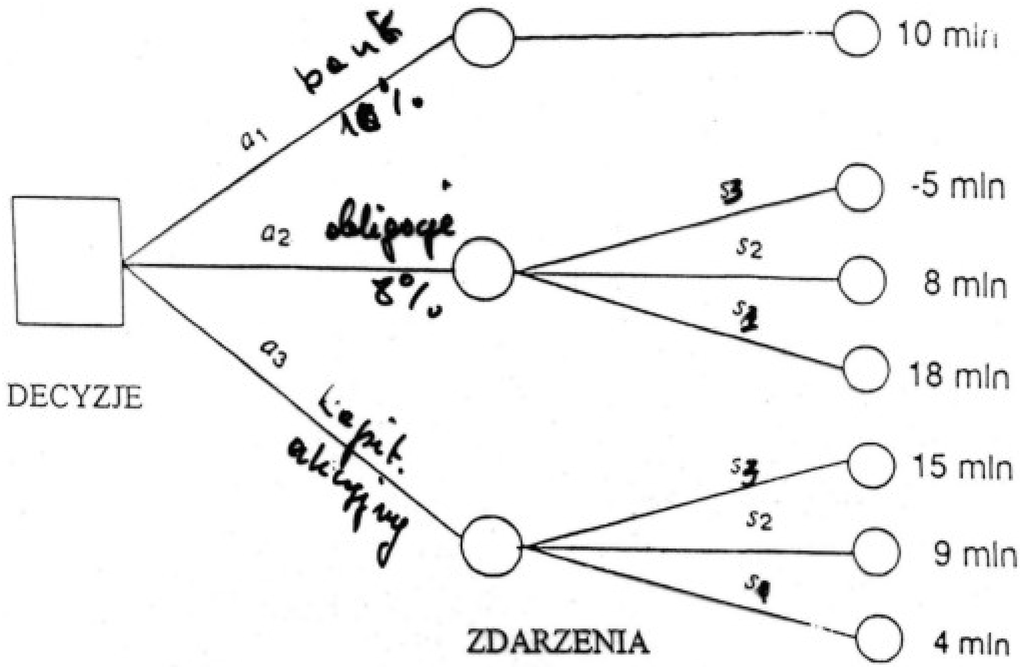
Rysunek ten ilustruje prawie codzienny problem posiadacza pewnego kapitału (100mln zł), który może mieć przed sobą co najmniej trzy możliwości jego powiększenia decyzjami: $a_1$, $a_2$, $a_3$. Oczywiście cały problem decyzyjny jak i akcje te mogą również przestawiać alternatywy działań produkcyjnych, jak np. możliwość podjęcia produkcji trzech różnych wyrobów. Pozostańmy jednak przy prostym pojęciowo przykładzie alokacji kapitału jak niżej.

- $a_1$ - ulokowanie w banku na - 10%,
- $a_2$ - ulokowanie w obligacjach wartości - 8%,
- $a_3$ - ulokowanie na koncie kapitału akcyjnego (np. Pionier).

Decyzjom tym towarzyszą możliwe stany natury, w tym przykładzie akurat też trzy:

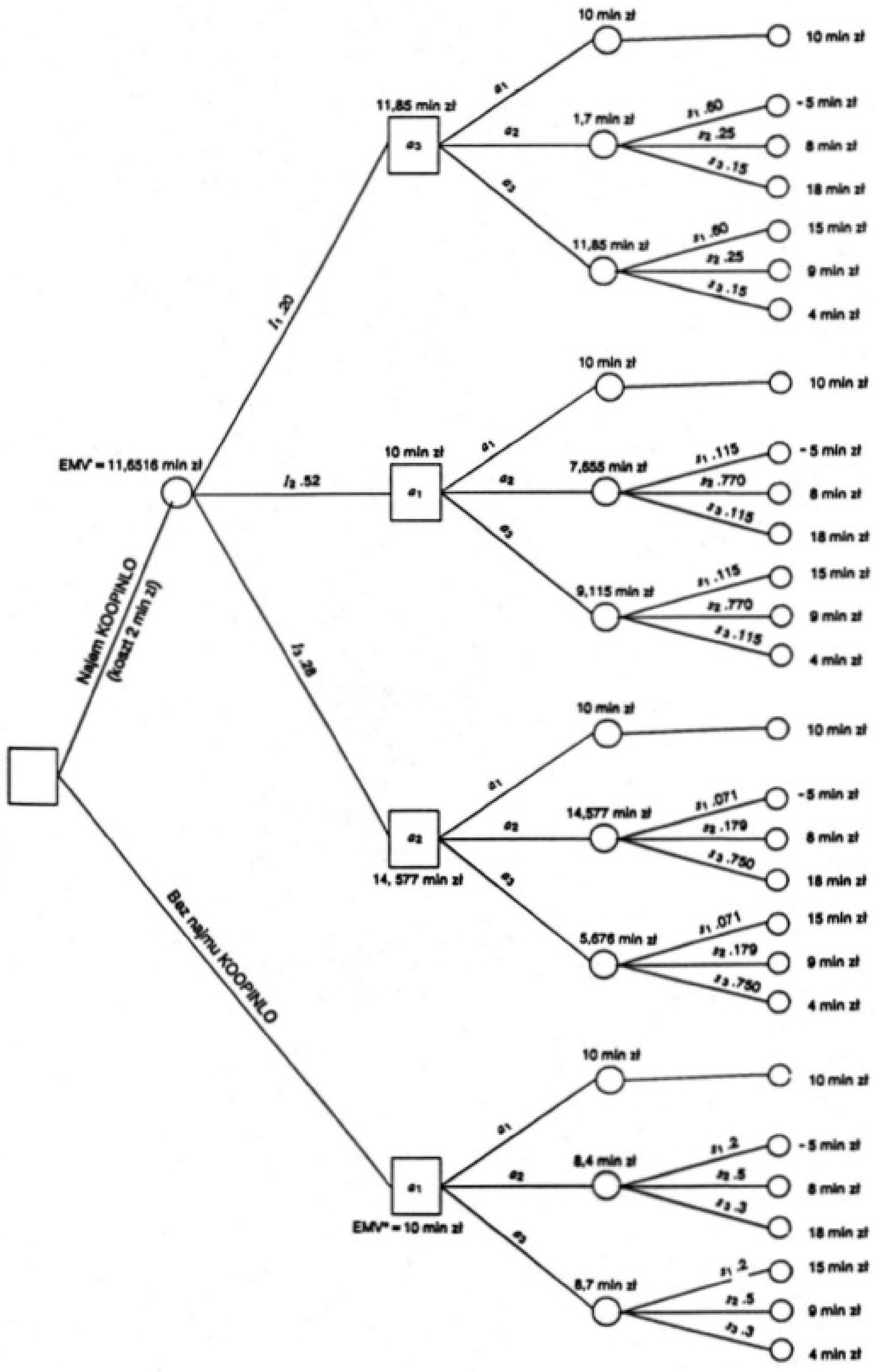
- $s_1$ - **rosną**ca stopa procentowa,
- $s_2$ **- stała** stopa procentowa,
- $s_3$ - **malejąca** stopa procentowa.

W kategoriach technicznych stany te mogą dotyczyć efektywności fizycznej wyrobu, jego średniego czasu do awarii, niezawodności, itd. i mogą być wyrażone w sposób rozmyty, lingwistyczny, jak np. niezawodność mała, trwałość duża, itp. Wróćmy jednak do naszego przykładu alokacji kapitału 100 mln zł. Wstępna wyrywkowa obserwacja giełdy (bez prawdopodobieństw) może nam dać drzewo decyzji tak jak pokazano na rysunku .




Rys. 8.8 Wstępne drzewo decyzyjne inwestycji kapitału [Andrzejczak92].

Po dłuższym okresie obserwacji giełdy (lub efektywności produkcji wyrobów $w_1$, $w_2$, $w_3$, ich ilości braków, itd.), możemy naszym zdarzeniom przypisać prawdopodobieństwa $\mathbf{P_{ij}}$. Wtedy nasze oceny ryzyka zysków i strat będą bardziej wiarygodne tak jak w dolnej części rysunku . Ostrożny inwestor (menadżer produkcji) ma jeszcze w swej dyspozycji przed podjęciem ostatecznej decyzji możliwość zainwestowania w zdobycie **dodatkowych informacji** (wstępna ocena prawdopodobieństwa) $\mathbf{I_1}$, $\mathbf{I_2}$, $\mathbf{I_3}$, o możliwych stanach natury $\mathbf{s_1}$, $\mathbf{s_2}$, $\mathbf{s_3}$. Są to na ogół dodatkowe badania giełdy, rynku, badania modelowe, badania próbnej partii wyrobu ,itd, zamawiane lub wykonywane określonym dodatkowym kosztem. W tym świetle dodatkowo zamówionych badań rynku (za 2 mln zł) nasze drzewo decyzji będzie mieć teraz dość skomplikowaną postać tak jak na rysunku 8.9.



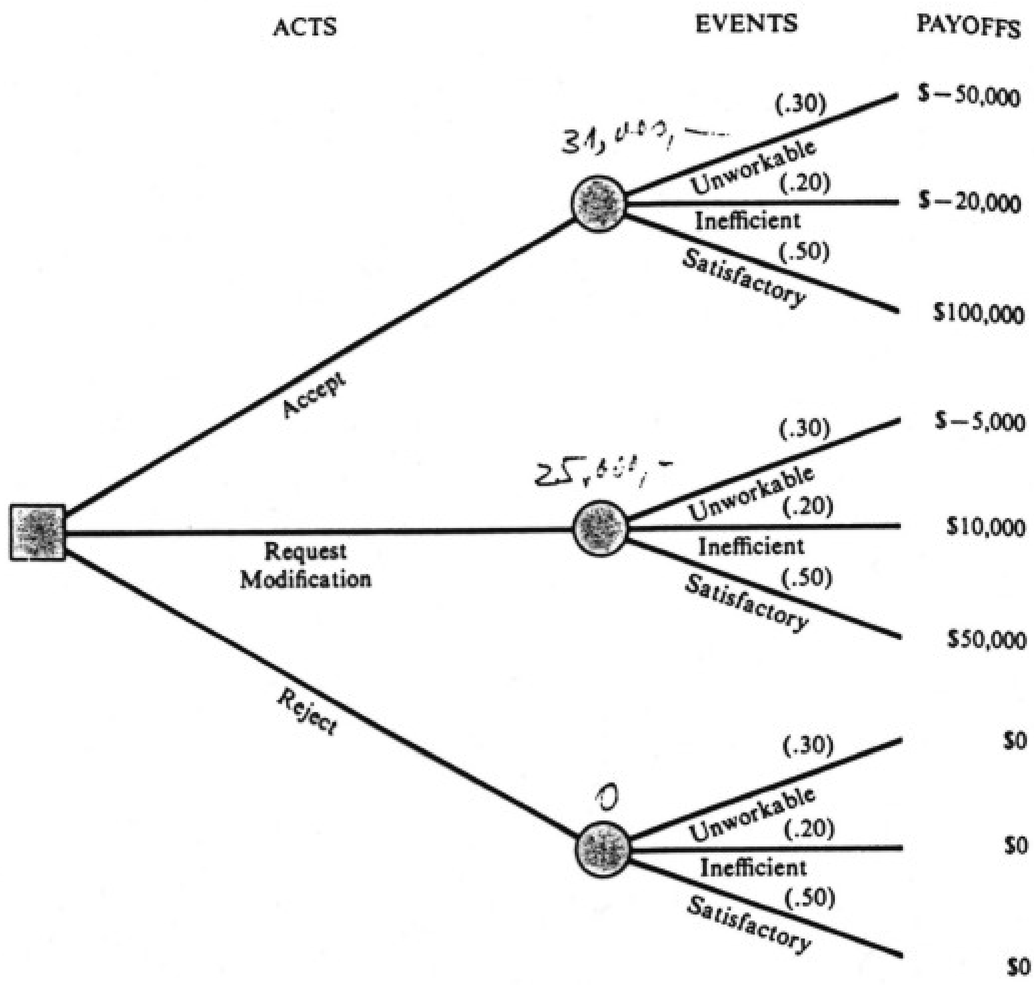

Rys. 8.9 Pełne drzewo decyzji w przypadku zakupu wstępnej informacji I za 2 mln zł [Andrzejcak92].

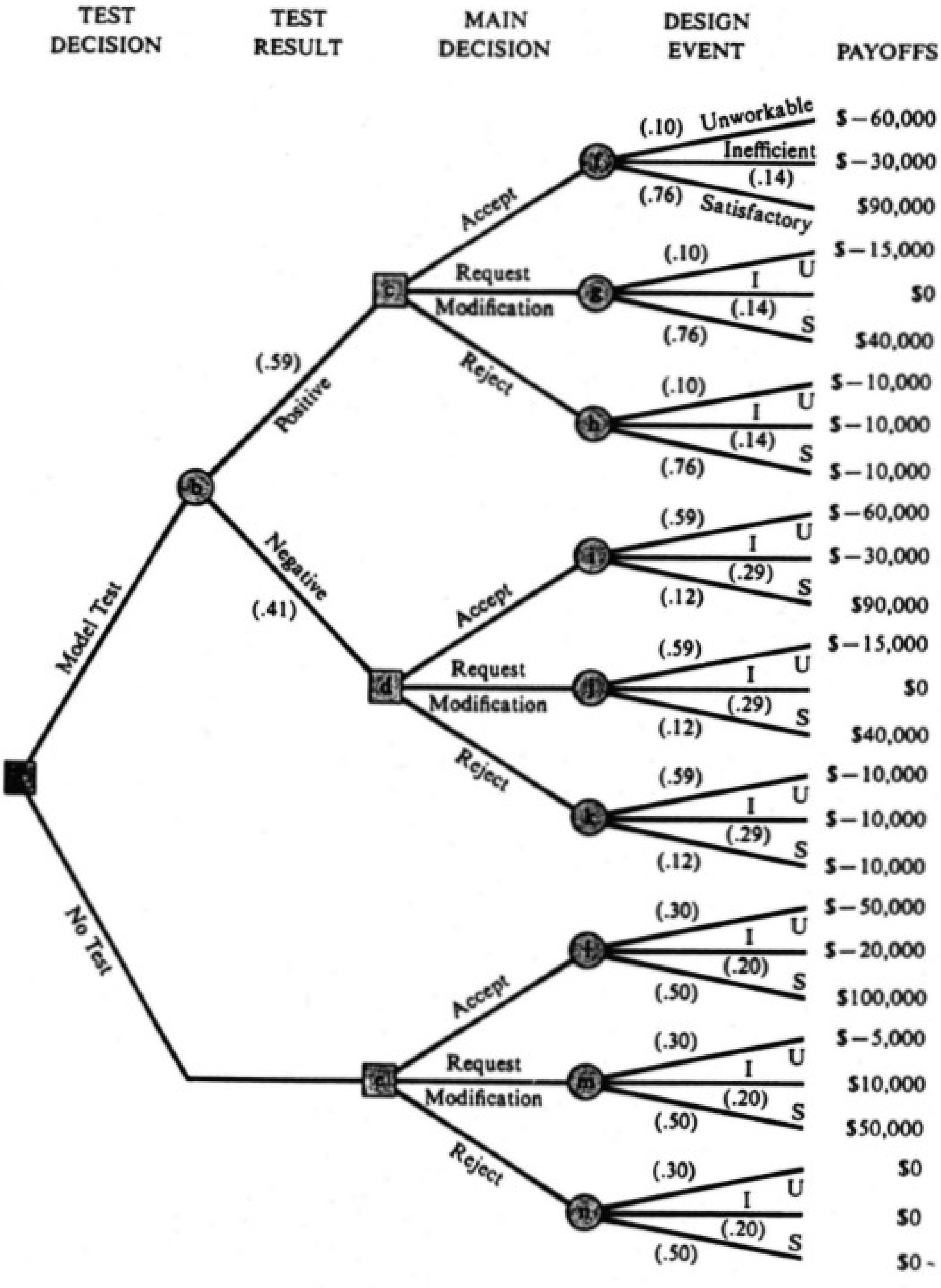
Przeanalizujmy je bliżej. Jak widać na początku musimy podjąć decyzję czy zamawiamy dodatkową informację (najem firmy ExchangeLtd) o możliwych stanach natury, czy też nie. Nie zamawiając dodatkowej informacji mamy sytuacje jak poprzednio na rysunku 8.8 lecz już ze sprecyzowanymi prawdopodobieństwami stanów $\mathbf{s_i}$ i w związku z tym możemy obliczyć średnią efektywność danej decyzji (liczba obok koła kończącego daną akcje), oraz ocenić optymalną (maksymalną) użyteczność zbioru decyzji $a_i$ co dają liczby obok kwadratu decyzji. Jak widać bez dodatkowych informacji (rys dół) maksymalna użyteczność płynie z włożenia pieniędzy do banku. Mając dodatkowe informacje $\mathbf{I_i}$ mamy jednak dodatkowo trzy kwadraty decyzyjne i = 1,2,3, o możliwościach jak niżej.

- jeśli **ExchangeLtd** przewiduje stan $s_1$ wówczas optymalnym działaniem jest $a_3$ z wypłatą 11,85 mln zł,
- jeśli **ExchangeLtd** przewiduje stan $s_2$ wówczas optymalnym działaniem jest $a_1$ z wypłatą 10 mln zł,
- jeśli **ExchangeLtd** przewiduje stan $s_3$ wówczas optymalnym działaniem jest $a_2$ z wypłatą 14,75 mln zł.

Zwróćmy tu uwagę, że prawdopodobieństwa w górnych gałęziach są inne niż w dolnej części rysunku, a to dlatego że wykorzystaliśmy naszą poprzednią wiedzę zawartą w dolnej części rysunku i wiedzę dostarczoną z badań i obliczając każdorazowo prawdopodobieństwo a posteriori z reguły Bayes'a. Są to już głębsze podstawy teorii decyzji w co już nie będziemy się tu dalej zagłębiać,[Lingren77], [Lapin83].

Podsumowując informacje zawarte na drzewie decyzji widać, że średnia użyteczność akcji z dodatkową informacją **EMV'** = 11.65 mln zł, jest większa niż bez dodatkowych badań gdzie $EMV^*$ = 10mln zł, lecz uważny obserwator zauważy, że przy tej cenie dodatkowej usługi, zysk jest mniejszy niż jej koszt. Może trzeba więc z niej zrezygnować lub szukać tańszej u konkurencji. Nie będziemy się w to dalej wgłębiać, bo naszym celem było jedynie zasygnalizowanie inferencyjnych możliwości drzewa decyzji. Zainteresowani mogą więcej znaleźć o problemach inwestycji kapitału, inwestycji w sprzęt informatyczny, o problemach poszukiwań ropy naftowej z pomocą drzewa decyzji,, oraz o problemach odbioru projektów technicznych przez firmę konsultingową od wykonawców w [Lapin83,r15].


ACTS
EVENTS
PAYOFFS
31,000,—
(.30)
Unworkable
(.20)
Inefficient
(.50)
Satisfactory
$ −50,000
$ −20,000
$100,000
Accept
25,000,—
(.30)
Unworkable
(.20)
Inefficient
(.50)
Satisfactory
$ −5,000
$10,000
$50,000
Request
Modification
Reject
0
(.30)
Unworkable
(.20)
Inefficient
(.50)
Satisfactory
$0
$0
$0




Rys. 8.11 Drzewo decyzji odbioru projektu technicznego z trzema decyzjami: odrzucić, zaakceptować, poprosić o modyfikacje projektu [Lapin83,r15].

## 8.5 Efektywność i użyteczność systemowa

Mówiliśmy już na wstępie tego rozdziału i w innych miejscach, ze wiele istotnych charakterystyk systemów nie są w pełni kwantyfikowalne, często bywają określone lingwistycznie (dobrze, źle,..), w sposób rozmyty, lub nawet probabilistyczny. Do tego decyzje podejmują i weryfikują różne zespoły decyzyjne z różnym oglądem całości problemu i różną hierarchia wartości co do użyteczności poszczególnych rozwiązań. W sukurs decydentom przychodzi tu teoria **użyteczności** (ang. utility theory) będąca u podstaw każdej teorii decyzji [Lingren77], [Sage92,r7]. W skrócie teoria użyteczności pozwala przypisać każdej opcji (czasami zwanej perspektywą) i ich kombinacji miarę liczbowa. Wielu z nas odpowie, po co komplikować problem wszystko można wycenić w pieniądzu i potem utożsamić go z miarą użyteczności. Niestety nie, przy prostych zagadnieniach to jest możliwe, ale pierwszym wynikiem użytecznym teorii użyteczności jest podważenie liniowej zależności między wielkością uzysku finansowego a użytecznością. Pomyśl czy będziesz czuł się dwa razy bogatszy jeśli na koncie przybędzie ci tyle samo co miałeś, czy dla społeczności i znajomych będziesz dwa razy bardziej użyteczny? **Nie.**

A wiec pieniądz nie jest dobrym miernikiem użyteczności i nie może być jedyną podstawa podejmowania decyzji. Pieniądz może dać nam podstawy do obliczeń różnego typu wskaźników i mierników ekonomicznych i wskaźników **efektywności**. Same takie wskaźniki są niezwykle użyteczne do parametrycznej oceny projektów. Na najwyższym szczeblu abstrakcji możemy znaleźć dwa wskaźniki; efektywności ekonomicznej systemu i efektywności fizycznej systemu. W ślad za [Kaposi01,s189] zdefiniujemy je jak niżej;

$E_{ekon}$ = ***(monetarna wartość wyjścia)/ (monetarna wartość wejścia)***
(8.16)

$E_{fizyczna}$ = ***(energia wyjścia w wymaganej formie)/ (całkowita energia na wejściu).***

Oczywiście wskaźniki maja tę zaletę iż są bezwymiarowe, oraz i wartości zawierają się w zakresie (0,1), co niezwykle ułatwia wszelkie porównania. Od tych podstawowych definicji efektywności wyprowadzane są dalsze mierniki na użytek konkretnego systemu, a których pełno w każdej dziedzinie inżynierii. Nie będziemy już w to głębiej wchodzić. Bo celem niniejszego ustępu było jedynie przypomnienie ogólnych przesłanek o roli użyteczności i efektywności w ocenie wariantów systemów.

## 8.6 Podsumowanie

Podjęcie decyzji o wyborze wariantu systemu do realizacji, zależnie od otoczenia systemu i projektanta, może być zadaniem prostym lub skomplikowanym. Stąd metody podejmowania decyzji mogą być czysto deterministyczne, ze znanym ryzykiem, lub nawet w stanie niepewności. Wielkość decyzyjna, funkcja jakości może dotyczyć cech funkcjonalnych obiektu, usługi, czy też nawet całkowitego koszty cyklu życia systemu. Stosowne metody mogą być zatem czysto analityczne, czy tez heurystyczne, deterministyczne czy probabilistyczne, zależnie od stopnia komplikacji problemu i znajomości otoczenia.

## 8.7 Problemy

1. Czy element lub obiekt wielofunkcyjny dopuszcza optymalizację analityczną ?
2. Co najlepiej robić jeśli stan otoczenia jest nie w pełni znany?
3. Czym się rożni drzewo decyzji od innych metod podejmowania decyzji ?
4. Jak i kiedy może być przydatna teoria użyteczności w ocenie wariantów systemu?
5. Jak jest rola intuicji w podejmowaniu decyzji ?