

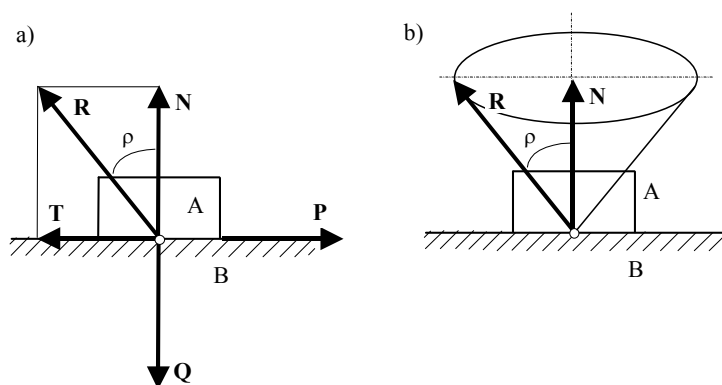
3.3.1. Tarcie poślizgowe

Przy omawianiu wieżów w p. 3.2.1 reakcję wynikającą z oddziaływania ciała A na ciało B (rys. 3.4) rozłożyliśmy na składową normalną \mathbf{N} i składową styczną \mathbf{T} , którą nazwaliśmy siłą tarcia. Następnie powiedzieliśmy, że jeżeli stykające się powierzchnie są idealnie gładkie, siła tarcia jest równa zero. Obecnie założymy, że stykające się powierzchnie ciał są chropowate i zajmiemy się omówieniem reakcji stycznej, czyli *siły tarcia poślizgowego*.

W tym celu rozpatrzmy ciało A spoczywające na poziomej płaszczyźnie B, jak na rys. 3.10a. Siły czynne działające na ciało A zastąpimy siłą \mathbf{Q} działającą w kierunku normalnej i siłą \mathbf{P} działającą w płaszczyźnie stycznej. Reakcję \mathbf{R} płaszczyzny B na ciało A również rozłożymy na składową normalną \mathbf{N} i składową styczną \mathbf{T} , czyli siłę tarcia poślizgowego. Jeżeli ciało A znajduje się w spoczynku (w równowadze), siły \mathbf{Q} i \mathbf{N} oraz \mathbf{P} i \mathbf{T} muszą się równoważyć:

$$\mathbf{T} = \mathbf{P} \quad \text{i} \quad \mathbf{N} = \mathbf{Q}. \quad (\text{a})$$

Gdy siłę \mathbf{P} będziemy zwiększać, to siła \mathbf{T} będzie się zwiększać do pewnej maksymalnej wartości. Po przekroczeniu przez siłę \mathbf{P} tej granicznej wartości siły tarcia ciało A zacznie się ślizgać po płaszczyźnie B i równowaga nie będzie już możliwa. Maksymalną wartość siły tarcia, przy której równowaga jest jeszcze możliwa, nazywamy *graniczną siłą tarcia* \mathbf{T}_g lub *rozwinętą siłą tarcia*.



Rys. 3.10. Reakcje z uwzględnieniem tarcia (a) oraz ilustracja stożka tarcia (b)

Graniczna wartość siły tarcia zależy od wielu czynników, nie wszystkie z nich są rozpoznane w zadowalającym stopniu. Do celów praktycznych wykorzystujemy, sformułowane przez Coulomba na podstawie doświadczeń, prawa tarcia.

Są one następujące:

1. Siła tarcia jest niezależna od wielkości stykających się ze sobą powierzchni i zależy od ich rodzaju.
2. Wartość siły tarcia ciała znajdującego się w spoczynku może się zmieniać od zera do wartości granicznej, wprost proporcjonalnej do nacisku normalnego.
3. Gdy ciało ślizga się po pewnej powierzchni, siła tarcia jest skierowana przeciwnie do kierunku ruchu i jest mniejsza od wartości granicznej.

Z drugiego prawa wynika, że siła tarcia ciała pozostającego w spoczynku, w zależności od układu sił działających na ciało, może przyjmować dowolną wartość w zakresie między zerem a wartością graniczną. Zatem siła tarcia spełnia nierówność:

$$0 \leq \mathbf{T} \leq \mathbf{T}_g, \quad (\text{b})$$

gdzie \mathbf{T}_g jest graniczną siłą tarcia, taką że

$$\mathbf{T}_g = \mu \mathbf{N}. \quad (3.5)$$

Występujący w tym wzorze współczynnik proporcjonalności μ jest *współczynnikiem tarcia statycznego*.

Siła tarcia ciała poruszającego się po chropowatej powierzchni jest skierowana przeciwnie do kierunku ruchu, a jej wartość określa wzór:

$$\mathbf{T} = \mu' \mathbf{N}, \quad (3.6)$$

gdzie μ' jest *współczynnikiem tarcia kinetycznego*.

Z rysunku 3.10a wynika, że całkowita reakcja \mathbf{R} tworzy z kierunkiem normalnej do powierzchni styku pewien kąt. Kąt ten wraz ze wzrostem siły tarcia będzie się zwiększał i osiągnie maksymalną wartość przy granicznej wartości siły tarcia \mathbf{T}_g określonej wzorem (3.5). Ten maksymalny kąt, o jaki może się odchylić reakcja całkowita \mathbf{R} od normalnej \mathbf{N} , nazywamy *kątem tarcia* ρ . Z rysunku wynika, że

$$\mathbf{T}_g = \mathbf{N} \tan \rho. \quad (3.7)$$

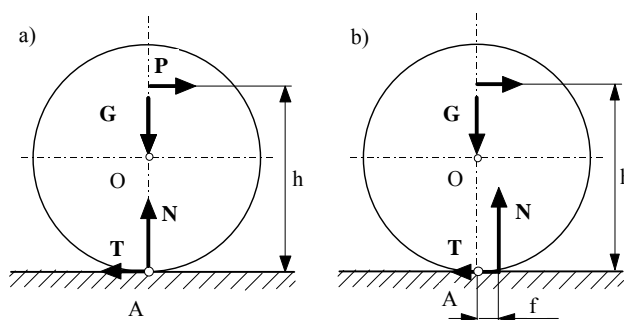
Jeżeli przedstawiona na rys. 3.10a siła styczna \mathbf{P} będzie przyjmować wszystkie możliwe kierunki, to reakcja \mathbf{R} zakreśli stożek, którego osią jest prosta pokrywająca się z reakcją normalną \mathbf{N} .

Stożek ten nazywamy *stożkiem tarcia* (rys. 3.10b). Dla ciał, dla których współczynnik tarcia ma jednakową wartość we wszystkich kierunkach (ciała izotropowe), stożek tarcia będzie stożkiem kołowym.

Aby ciało znajdowało się w spoczynku, reakcja całkowita \mathbf{R} musi leżeć wewnątrz stożka tarcia, a w przypadku tarcia całkowicie rozwiniętego na powierzchni tego stożka.

3.3.2. Opór toczenia

Z doświadczenia wiemy, że podczas przetaczania ciężkiego walca po poziomej płaszczyźnie występuje opór, który nazywamy *oporem toczenia* lub przez analogię do tarcia poślizgowego *tarciem tocznym*. Niżej zajmiemy się wyjaśnieniem przyczyny powstawania oporu toczenia jednego ciała po drugim.



Rys. 3.11. Ilustracja tarcia toczenia

Założmy, że sztywny walec o ciężarze G spoczywa na sztywnej poziomej płaszczyźnie. Do walca przyłożymy poziomą siłę P odległą od płaszczyzny o h (rys. 3.11a). Przy założeniu sztywności walca i płaszczyzny będzie się on stykał wzdłuż tworzącej przechodzącej przez punkt A . W tym punkcie wystąpi reakcja podłoża, którą rozłożono na normalną N i styczną T , czyli siłę tarcia. Jeżeli walec znajduje się w spoczynku, to siły działające na niego, zgodnie z warunkiem (3.4), muszą być w równowadze, tzn. ich suma geometryczna musi być równa zero. Prowadzi to do równości skalarnych:

$$T = P \quad \text{i} \quad G = N. \quad (a)$$

Założymy ponadto, że siła P jest mniejsza od granicznej wartości siły tarcia (3.5):

$$P \leq \mu N. \quad (b)$$

Oznacza to, że walec nie może się ślizgać po płaszczyźnie. Jednak z analizy układu sił przedstawionych na tym rysunku wynika, że nie może on być w równowadze.

Łatwo zauważyć, że dla każdej wartości siły $P \neq 0$ i $h \neq 0$ siła ta, zgodnie ze wzorem (2.36), daje moment względem punktu A, którego wartość jest różna od zera:

$$M_A(\mathbf{P}) = Ph \neq 0. \quad (c)$$

W tej sytuacji najmniejsza siła \mathbf{P} spowodowałaby obrót walca (toczenie), co jest sprzeczne z zachowaniem się ciał rzeczywistych w podobnej sytuacji.

Z przedstawionych rozważań wynika, że oporu toczenia nie można wyjaśnić na gruncie wyidealizowanego modelu ciała doskonale sztywnego. W rzeczywistości jeżeli walec i podłoże są wykonane z rzeczywistych materiałów, to przy małej wartości siły \mathbf{P} toczenie walca nie wystąpi. Zacznie się on toczyć dopiero po przekroczeniu przez moment siły \mathbf{P} względem punktu A pewnej wartości charakterystycznej dla materiałów walca i podłoża. Graniczną wartość momentu Ph , przy której walec jest jeszcze w równowadze, nazywamy *momentem oporu toczenia*. Jest on miarą tarcia tocznego.

Zjawisko oporu toczenia jest spowodowane odkształcaniem się zarówno walca, jak i płaszczyzny, na której on spoczywa. Wtedy styk walca i płaszczyzny nie odbywa się wzdłuż tworzącej przechodzącej przez punkt A, lecz na ograniczonej powierzchni wynikającej ze wzajemnych odkształceń w miejscu styku walca i powierzchni. Reakcja normalna \mathbf{N} jest wtedy wypadkową nacisków normalnych występujących na płaszczyźnie styku i działających na walec i jest przesunięta o pewną odległość w stosunku do punktu A w kierunku możliwego toczenia się (rys. 3.11b).

Aby równowaga walca była zachowana, moment siły \mathbf{P} względem punktu A musi być zrównoważony momentem reakcji \mathbf{N} względem tego punktu:

$$Ph = M_A(\mathbf{N}). \quad (d)$$

Moment $M_A(\mathbf{N})$ nie może wzrastać nieograniczenie, lecz tylko do pewnej maksymalnej wartości. W przypadku granicznym jest on proporcjonalny do reakcji normalnej:

$$M_A(\mathbf{N}) = M_{Amax} = fN. \quad (3.8)$$

Występujący w tym wzorze współczynnik proporcjonalności f nazywamy *współczynnikiem tarcia tocznego* albo *ramieniem tarcia tocznego*. Współczynnik ten ma wymiar długości i jest podawany w centymetrach.

Aby walec nie zaczął się toczyć, musi być spełniony warunek:

$$Ph \leq M_{Amax} = fN \quad \text{lub} \quad P \leq \frac{f}{h} N. \quad (3.9)$$

Walec będzie w spoczynku, gdy wartość poziomej siły **P** nie przekroczy najmniejszej z wartości określonej warunkami (b) i (3.9). Gdy $f/h < \mu$, walec zacznie się toczyć, zanim nastąpi poślizg. Zwykle f/h jest znacznie mniejsze od współczynnika tarcia μ .