

2.6. Funkcje wektorowe

Z kursu matematyki znane są określenia funkcji zmiennych niezależnych oraz zmiennych zależnych. Jeżeli znamy kształt funkcji zmiennej zależnej $f = f(u, v, t)$, to znając wartości liczbowe zmiennych niezależnych u, v, t , możemy wyznaczyć wartość zmiennej zależnej f .

W analizie wektorowej spotykamy się z funkcjami, w których zmiennymi niezależnymi i zmiennymi zależnymi mogą być zarówno skalary, jak i wektory.

Jeżeli każdemu punktowi pewnego obszaru przyporządkujemy pewną wartość liczbową, to ten obszar nazywamy **polem skalarnym**. Analogicznie, jeżeli każdemu punktowi pewnego obszaru przyporządkujemy pewien wektor, to ten obszar nazywamy **polem wektorowym**.

Najczęściej spotykamy się z trzema typami funkcji.

a) *Skalar jako funkcja położenia*. Po przyporządkowaniu każdemu punktowi obszaru funkcji typu

$$\varphi = \varphi(\mathbf{r}) \quad (2.42)$$

będziemy mówić o polu skalarnym. Zmienną zależną jest tutaj skalar \star , a zmienną niezależną wektor \mathbf{r} . Przykładami pola skalarnego są: rozkład temperatury w dowolnym ośrodku, rozkład ciśnienia hydrostatycznego w nieruchomej cieczy lub potencjał pola elektrycznego.

b) *Wektor jako funkcja położenia*. W tym przypadku zarówno zmienna zależna \mathbf{u} , jak i zmienna niezależna \mathbf{r} są wektorami. Funkcję

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r}) \quad (2.43)$$

nazywamy polem wektorowym. Przykładami takiego pola są: pole przyspieszeń ziemskich, natężenie pola elektrostatycznego, rozkład prędkości w cieczy.

c) *Wektor jako funkcja skalara*. Funkcję taką możemy zapisać w następujący sposób:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(s). \quad (2.44)$$

Zmienna zależna \mathbf{r} jest tutaj wektorem, a zmienna niezależna s skalarem. Jeżeli wektor jest funkcją wielkości skalarnej, to jego współrzędne x, y, z w prostokątnym układzie współrzędnych będą również funkcjami tego skalara:

$$\mathbf{r}(s) = x(s)\mathbf{i} + y(s)\mathbf{j} + z(s)\mathbf{k}. \quad (2.44a)$$

Zatem każdą funkcję można zapisać w postaci trzech funkcji skalarnych.

$$x = x(s), \quad y = y(s), \quad z = z(s). \quad (2.45)$$

Gdy za zmienną niezależną przyjmiemy czas t , to przykładami takich funkcji wektorowych będą: położenie $\mathbf{r}(t)$, prędkość $\mathbf{v}(t)$ i przyspieszenie poruszającego się punktu $\mathbf{a}(t)$.