

4.4.3. Uśrednianie geometryczne - kumulanty

Uśrednianie jednego symptomu po rozpiętości obiektu można przeprowadzić jeszcze innym sposobem, geometrycznym używanym w ekonometrii [84, str 236] nadając mu tutaj właściwe znaczenie fizyczne. Matematycznie rzecz biorąc średnia geometryczna lub harmoniczna M-wielkości jest M—tym pierwiastkiem z iloczynu tych wielkości. W diagnostyce WA tak obliczona wielkość może służyć dwóm celom: rozróżnieniu wibro aktywności obiektu mechanicznego oraz dyskrynacji dominującego sposobu uszkodzania się $F_i(\theta)$, [93].

Ilustrując powyższe zadanie rozróżniania wibro aktywności obiektów wyobraźmy sobie, że symptom $S_j(r_u, \theta)$ zmierzony w punktach obiektu r_u , $u = 1, \dots, M$ jest np. skuteczną lub szczytową prędkością drgań. Iloczyn tych prędkości będzie analogiem objętości rozpiętej na tych wektorach i będzie zarazem miarą aktywności drganiowej obiektu, czyli miarą energii dyssypowanej przez drgania. Oznaczając tę wielkość przez $W(\theta)$ mamy:

$$W(\theta) = \prod_{u=1}^M S_j(r_u, \theta) = \prod_{u=1}^M \left\{ \sum_{i=1}^n b_i(r_u) F_i(\theta) + N_j(r_u, \theta) \right\}, \quad (4.45)$$

zakładamy przy tym, że poszczególne składniki są niezerowe. Biorąc zaś M-ty pierwiastek z energii dyssypowanej drganiami, mamy z kolei średnią geometryczną naszego symptomu $S_j(r, \theta)$ zwane również kumulantą. gdyż:

$$\Pi_M(\theta) = \sqrt[M]{W(\theta)} = \left[\sum_{u=1}^M S_j(r_u, \theta) \right] \quad (4.46)$$

Ta ostatnia nazwa, kumulanta, staje się bardziej usprawiedliwiona, jeśli iloczyn $W(\theta)$ tworzony jest z różnych symptomów lub dyskryminant [93] odzwierciedlających różne sposoby zużywania się. Wtedy wielkość $\Pi_M(\theta)$ kumuluje w sobie wszystkie ich własności i odzwierciedla globalnie proces zużywania się obiektu.

Można pokazać również, że średniowanie geometryczne obniża poziom zakłóceń $N_i(r, \theta)$ stosunku do części zdeterminowanej

$$\sum b_i(r) F_i(\theta)$$

informującej o stanie obiektu. Można więc znów powiedzieć, że rozróżnianie wibro aktywności będzie rozróżnianiem stanu technicznego badanego obiektu dla $\theta = \text{const}$.

Dla ilustracji tych własności weźmy pod uwagę w ślad za [93] drgania łożysk przekładni koła czepakowego koparki węgla brunatnego. Obiekt taki jest istotnie rozciągnięty (około 6 x 3 x 2 m) i zachodziła potrzeba rozróżnienia (porównania) stanu technicznego trzech przekładni oraz monitorowania stanu eksploatacyjnego jednej z nich.

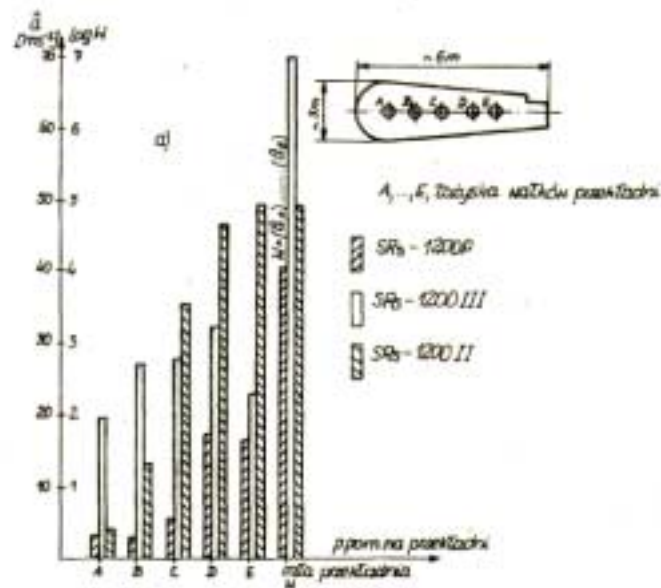
Rysunek 4.11a przedstawia próbę porównania ich stanu przez pomiar przyspieszenia szczytowego łożysk wałków A, ... E przekładni. Jak widać z rysunku, porównanie przyspieszeń poszczególnych obudów łożysk nie daje jednoznacznych wskazań co do ogólnego stanu technicznego trzech egzemplarzy przekładni. Natomiast obliczenie kumulanty

$$\Pi_M(\theta) = \sqrt[M]{W(\theta)}$$

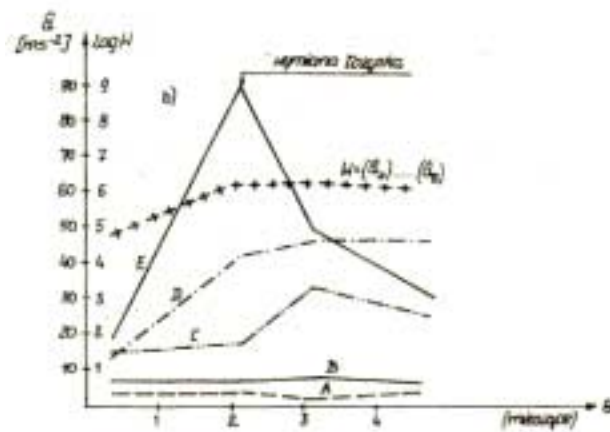
(zastosowano tu skalę logarytmiczną) pozwoliło od razu wyróżnić przekładnie SSS 1200 III jako najgorsze. Jedną z tych przekładni SRS-1200 II była obserwowana drganiowo przez kilka miesięcy dla opracowania drganiowej metody oceny stanu, co przedstawiono na rysunku 4.11b.

Jak widać z tych badań, obiekt jest istotnie rozciągnięty, gdyż stan awaryjny łożyska E nie jest obserwowany na łożyskach A, B, C. Ponadto wymiana łożyska niewiele poprawiła ogólny stan techniczny przekładni od-

zwierciedlony kumulantą $W(\theta)$. Wymiana łożyska zmniejszyła jedynie szybkość degradacji stanu technicznego.



Rys.4.11a. Wartości szczytowe przyspieszeń drgań \hat{a} przekładni koła czerpakowego koparki SR-1200 II na tle innych przekładni w poszczególnych punktach pomiarowych oraz obraz kumulanty W [93]



Rys.4.11b. Zmiana wartości szczytowej \hat{a} przyspieszeń drgań w czasie, dla punktów A,...,E, przekładni SRS-1200 II oraz kumulanty W [93]

Powyższy eksperyment skłania do dwu wniosków. Po pierwsze w obiektach istotnie rozciągniętych należy obserwować poziom drgań wszystkich istotnych węzłów konstrukcyjnych. Po drugie kumulanta obserwowanych wielkości drganiowych może być miarą ogólnego stanu technicznego obiektu, dając informację o ogólnym poziomie jego degradacji, związanym z jednym uszkodzeniem lub z wieloma różnymi uszkodzeniami. Dla analitycznego zasygnalizowania takich własności (dowód patrz [93]) założymy, że w wielu punktach obiektu r_u , $u=1, \dots, M$ zmierzylismy wartość symptomu zorientowanego na j -te uszkodzenie, czyli dyskryminantę $D_j(r_u, \theta)$, które w pierwszym przybliżeniu można przybliżyć exponentę o intensywności λ_j . Wtedy zamiast (4.38) mamy:

$$D_j(r_u, \theta) = N_j(r_u, \theta) + B_j e^{\lambda_j \theta}$$

Obliczając kumulantę powyższego względem M punktów pomiarowych mamy

$$\begin{aligned} \Pi_M(\theta) &= \left[\prod_{u=1}^M D_j(r_u, \theta) \right]^{1/M} = B_j e^{\lambda_j \theta} \left[\prod_{u=1}^M \left(1 + \frac{N_j(r_u, \theta) e^{-\lambda_j \theta}}{B_j} \right) \right]^{1/M} = \\ &\cong B_j e^{\lambda_j \theta} \quad \text{dla } \theta > \theta_0. \end{aligned}$$

Widać więc, że przy tym sposobie obserwacji obiektu dominujące j -te uszkodzenie staje się również dominujące w naszej kumulancie dla odpowiednio dużych czasów eksploatacji θ_0 . Jako przykład takiego zachowania się kumulant weźmy pod uwagę omawiany już rysunek 4.12, który przedstawia próby WA rozróżnienia jakości czterech łożysk zamontowanych w głowicy stanowiska do badań trwałościowych. Widać stad, że najlepsze dynamikę i rozróżnialność stanu ma

miara: $\log\left(\prod_{i=1}^{18} \hat{V}_i\right)$, (\hat{V} – szczytowa prędkość drgań i -tego punktu) będąca zmodyfikowane

kumulantę (4.48), gdzie zamiast pierwiastka użyto logarytmu. Inne użyte tu sposoby średniowania arytmetycznego po rozpiętości obiektu nie mają jak widać tej siły dyskryminacji, chociaż w porównaniu z przebiegiem prędkości w punkcie pomiarowym 1, \hat{V}_1 , średniowanie objętościowe daje lepsze rezultaty.

Średniowanie jednego symptomu po rozpiętości obiektu lub po czasie eksploatacji nie zawsze daje zadowalające rezultaty rozpoznania stanu, bądź jakości obiektu. Są dwa istotne powody takiego stanu rzeczy. Pierwszym z nich jest poruszana już rozległość przestrzenna obiektu, gdzie wraz ze zmianą miejsca pomiaru istotnie zmienia się stosunek sygnału do szumu (patrz np. rys. 4.11b, gdzie uszkodzenie łożyska E nie jest widoczne w większości punktów pomiarowych). Z drugiej strony większość używanych obecnie symptomów WA ma przybliżony charakter dyskryminant preferujących jedno uszkodzenie przed drugim. Przykładowo, pomiar przyspieszeń stosuje się w diagnostyce łożysk tocznych i przekładni, zaś do oceny stanu łożysk ślizgowych używa się przemieszczenia drgań. Stąd też dla uchwycenia wszystkich możliwych uszkodzeń w obiekcie niezbędny jest wielopunktowy pomiar kilku różnych symptomów WA.

Obliczając kumulantę powyższego względem M punktów pomiarowych mamy

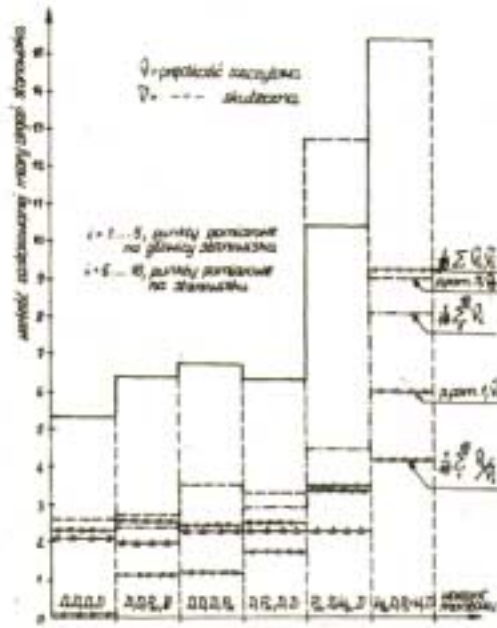
$$\begin{aligned} \Pi_M(\theta) &= \left[\prod_{u=1}^M D_j(r_u, \theta) \right]^{1/M} = B_j e^{\lambda_j \theta} \left[\prod_{u=1}^M \left(1 + \frac{N_j(r_u, \theta) e^{-\lambda_j \theta}}{B_j} \right) \right]^{1/M} = \\ &\cong B_j e^{\lambda_j \theta} \quad \text{dla } \theta > \theta_o. \end{aligned}$$

Widać więc, że przy tym sposobie obserwacji obiektu dominujące j-te uszkodzenie staje się również dominujące w naszej kumulancie dla odpowiednio dużych czasów eksploatacji θ_o . Jako przykład takiego zachowania się kumulant weźmy pod uwagę omawiany już rysunek 4.12, który przedstawia próby WA rozróżnienia jakości czterech łożysk zamontowanych w głowicy stanowiska do badań trwałościowych. Widać stad, że najlepsze dynamikę i rozróżnialność stanu ma

miara: $\log\left(\prod_{i=1}^{18} \hat{V}_i\right)$, (\hat{V} – szczytowa prędkość drgań i-tego punktu) będąca zmodyfikowane

kumulantę (4.48), gdzie zamiast pierwiastka użyto logarytmu. Inne użyte tu sposoby średniowania arytmetycznego po rozpiętości obiektu nie mają jak widać tej siły dyskryminacji, chociaż w porównaniu z przebiegiem prędkości w punkcie pomiarowym 1, \hat{V}_1 , średniowanie objętościowe daje lepsze rezultaty.

Średniowanie jednego symptomu po rozpiętości obiektu lub po czasie eksploatacji nie zawsze daje zadowalające rezultaty rozpoznania stanu, bądź jakości obiektu. Są dwa istotne powody takiego stanu rzeczy. Pierwszym z nich jest poruszana już rozległość przestrzenna obiektu, gdzie wraz ze zmianą miejsca pomiaru istotnie zmienia się stosunek sygnału do szumu (patrz np. rys. 4.11b, gdzie uszkodzenie łożyska E nie jest widoczne w większości punktów pomiarowych). Z drugiej strony większość używanych obecnie symptomów WA ma przybliżony charakter dyskryminant preferujących jedno uszkodzenie przed drugim. Przykładowo, pomiar przyspieszeń stosuje się w diagnostyce łożysk tocznych i przekładni, zaś do oceny stanu łożysk ślizgowych używa się przemieszczenia drgań. Stąd też dla uchwycenia wszystkich możliwych uszkodzeń w obiekcie niezbędnym jest wielopunktowy pomiar kilku różnych symptomów WA.



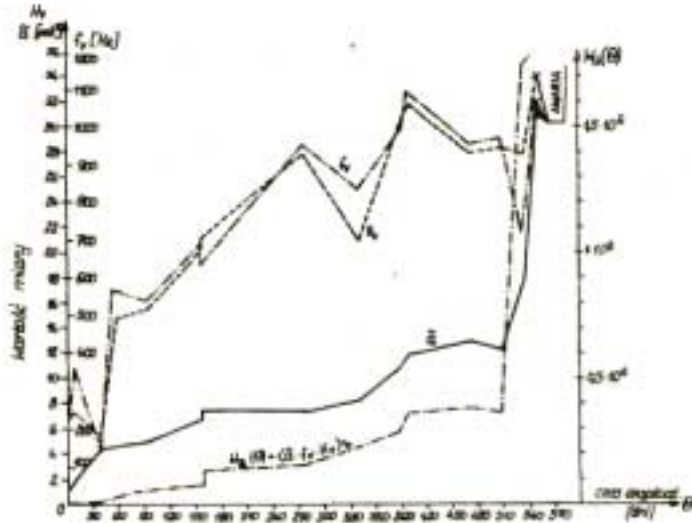
Rys.4.12. Możliwości rozróżnienia stanu za pomocą prostych i kumulacyjnych miar drgań stanowiska pomiarowego. Kombinacja 4 łożysk w głowicy: D-dobre, P - uszkodzony pierścień wewnętrzny., P_z - uszkodzony pierścień zewn., W_a, W_b, - uszkodzony wałeczek a lub b [93]
*

Mając świadomość takiej potrzeby rozszerzymy definicję kumulanty (4.45) i (4.46) na różne symptomy $S_j(r_u, \theta)$ $j = 1, \dots, m$, mierzonych w różnych miejscach obiektu $u=1, \dots, M$.

$$W_M(r_u, \theta) = \prod_{j=1}^m S_j(r_u, \theta) = \prod_{j=1}^m \left[N_j(r_u, \theta) + \sum_{i=1}^n b_i(r_u) F_i(\theta) \right]. \quad (4.49)$$

Po raz pierwszy miara taka została zdefiniowana przez autora w [7, rozdz.8.6.2], gdzie dodatkowo poddano ją średniowaniu bieżącemu

$E_{\theta}^b \{W_m(r_u, \theta)\}$ i nazwano momentem m-tego rzędu. Przykład takiego po- stepowania w stosunku do oryginalnie obserwowanych WA symptomów stanu silnika elektrycznego \tilde{a} , H_v , f_v , przedstawia rysunek 4.13 [93]. Tutaj \tilde{a} - przyspieszenie skuteczne drgań łożyska silnika elektrycznego, f_v -częstotliwość Rice'a prędkości tych drgań, H_v - współczynnik harmoniczności tych drgań, zaś $W_3(\theta)$ przedstawia ich wygładzony trójpunktowo iloczyn.

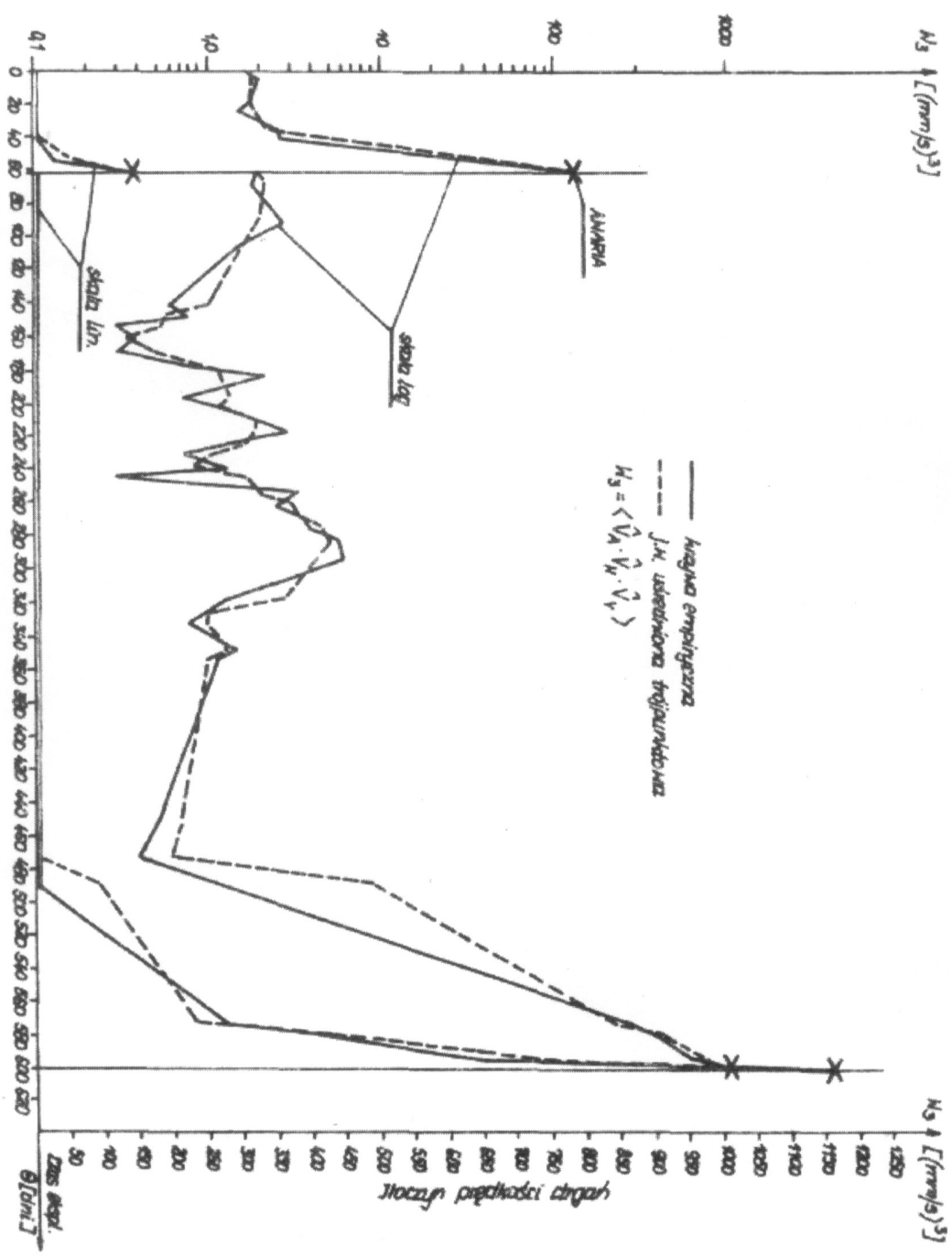


Rys.4.13. Trend przyspieszenia skutecznego a , częstości Rice'a prędkości f_v , współczynnika harmoniczności H_v oraz ich momentu

bieżącego uśrednionego trójpunktowo $W_3(\theta)$ dla silnika elektrycznego SE2 (drgania łożyska) [93]

Jak widać z rysunku, iloczynowa miara kumulacyjna znacznie lepiej- stabilniej przedstawia zmianę stanu technicznego łożyska.

Podobne zastosowanie diagnostyczne przedstawia rysunek 4.14 wg danych prędkości drgań w trzech kierunkach (pionowo, poziomo, osiowo) łożyska ślizgowego agregatu turbo pompowego [93]. Porównano tu jednocześnie przydatność skal liniowej i logarytmicznej dla lepszego uzewnętrznienia trendu zmian stanu agregatu. Jak widać z rysunku, skala logarytmiczna uwydatnia małe zakłócenia krzywej życia, natomiast uśredniona krzywa życia $W_3(\theta)$ (iloczynowa miara kumulacyjna) wartościowana w skali liniowej daje najbardziej czytelny obraz zmiany stanu technicznego agregatu turbo pompowego.



Rys.4.14. Oryginalne i uśredniona krzywa życia agregatu turbo pompowego wg miary uogólnionej W, [93]

Na zakończenie rozważań o minimalizacji zakłóceń symptomów pokażemy, że sama operacja iloczynu, czyli miara kumulacyjna będąca częścią średniej geometrycznej, posiada istotne własności minimalizujące zakłócenia. Najłatwiej wykazać to na przykładzie iloczynu dyskryminant $D_j(r_u, \theta)$ zorientowanych uszkodzeniowo. Tworząc kumulantę z dyskryminant zmiennych eksponencjalnie (4.47) będziemy mieli:

$$\begin{aligned}
 W_M(r_u, \theta) &= \prod_{j=1}^m D_j(r_u, \theta) = \prod_{j=1}^m [N_j(r_u, \theta) + b_j r_u e^{\lambda_j \theta}] = \\
 &= \exp\left(\sum_{j=1}^m \lambda_j \theta\right) \prod_{j=1}^m b_j(r_u) \left[1 + \frac{N_j(r_u, \theta) e^{-\lambda_j \theta}}{b_j(r_u)}\right] = \quad (4.50) \\
 &\cong \exp\left(\sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot \theta\right) \prod_{j=1}^m b_j(r_u), \quad \text{dla } \theta > \theta_0
 \end{aligned}$$

Jak widać z powyższego, dla dostatecznie dużych czasów $\theta > \theta_0$, operacja iloczynu dyskryminant minimalizuje zakłócenia $N_j(r_u, \theta)$ pozostawiając jedynie łączną (globalną) krzywą życia wszystkich uszkodzeń ma-

szyny, $\exp\left(\sum_{j=1}^m \lambda_j \theta\right)$, skalowaną odpowiednim współczynnikiem $\prod_{j=1}^m b_j(r_u)$.

Łatwo się dalej domyślić, że dalszą minimalizację zakłóceń można uzyskać przez średniowanie bieżące kumulanty (4.50) operacją $E_\theta^b \{ \bullet \}$ oraz

średniowanie liniowe lub geometryczne po rozpiętości obiektu (porównaj rys.4.12).

Podsumowując powyższe można powiedzieć, że w minimalizacji zakłóceń symptomów możemy użyć średniowania bieżącego po czasie eksploatacji - θ , zwykłego arytmetycznego średniowania po rozpiętości obiektu - r i średniowania geometrycznego po tej samej dziedzinie. Ten ostatni przypadek użyty do różnych symptomów lub lepiej dyskryminant daje nową miarę kumulacyjną typu momentu, która może nieść łączną informację o zaawansowaniu wszystkich uszkodzeń maszyny. Tego typu dodatkowa własność kumulanty jest w wielu przypadkach niepomernie ważniejsza, jako że redukuje wielowymiarową przestrzeń uszkodzeń do jednego wymiaru. Daje to dalej niepomierne uproszczenie metodyki i techniki wnioskowania, gdzie np. zamiast skomplikowanej techniki rozpoznawania obrazu można użyć techniki Neymana-Pearsona opisanej wyżej w punkcie 4.3.3. Daje to jeszcze wygładzenie realizacji kumulant w porównaniu z przebiegiem symptomów wyjściowych w skali, jako że operacja ich tworzenia ma własności minimalizujące zakłócenia.