4.2.3. Probabilistyczny model diagnostyczny obiektu mechanicznego

Dotychczas poznane związki konstytutywne diagnostyki, tzn. modele regresyjne (4.4) i (4.5) oraz model typu obrazu (4.8), możliwe są do uzyskania przy małym poziomie zakłóceń w obserwacji symptomów WA (składowe N_x i $N\theta$ w powyższych modelach). Przy wysokim poziomie zakłóceń nasze związki konstytutywne przechodzę z deterministycznych do probabilistycznych, umożliwiając jedynie podjęcie końcowej decyzji o stanie w kategoriach prawdopodobieństw stanu zdatnego/niezdatnego, zamiast poprzedniej pewności o zaistnieniu stanu. Na pozór sytuacja wygląda dramatycznie, lecz tak nie jest, gdyż w poprzednich modelach zawsze istniał pewien poziom zakłóceń, dający wiarygodność diagnozy mniejsze od 100%, np. 95%. Poprzednio jednak pogodziliśmy się z tym nie podejmując specjalnych kroków. Obecnie zaś przy jeszcze większym spadku wiarygodności decyzji (np. 80%) jesteśmy zmuszeni spojrzeć inaczej na problem naszej wiedzy i niewiedzy diagnostycznej przyznając, że dla danego symptomu S obiekt może się znajdować bądź w stanie zdatności, bądź niezdatności. Nasz model diagnostyczny będzie więc polegał na przyporządkowaniu prawdopodobieństw warunkowych dla obu wykluczających się zdarzeń. W kategoriach gęstości prawdopodobieństw nasz diagnostyczny model probabilistyczny możemy dla jednego symptomu S zapisać następująco:

p(S/z) - gęstość prawdopodobieństwa zdatności przy
znanym symptomie S, (4.14)
p(S/n) - gęstość prawdopodobieństwa niezdatności przy tym samym symptomie S.

Model ten będzie bardziej oczywisty, jeśli weźmiemy dystrybuantę (prawdopodobieństwo) obu zdarzeń dla konkretnej wartości S:

$$P(s/n)=\int_{-\infty}^{s} p(S_k/z)dS_k, \quad P(S/n)=\int_{-\infty}^{s} p(S_k/n)dS_k \tag{4.15}$$

z oczywistym warunkiem na prawdopodobieństwo całkowite wystąpienia symptomu S (patrz rys.4.4).

$$P(S) = P(S/z)\,P(z) + P(S/n)P(n)\,, \tag{4.16}$$

gdzie P(z) i P(n) to uzupełniające się: P(z) + P(n) = 1 prawdopodobieństwa zdatności i niezdatności.

Zaprezentowany wyżej model probabilistyczny, w ujęciu dla jednego symptomu, jest również słuszny dla wektora symptomów (S) , należy jedynie w relacjach (4.14) zrobić odpowiednie przejście, a całkę (4.15) rozumieć jako wielowymiarową.

W rozpoznawaniu stanu wg modelu probabilistycznego (4.14) można wyróżnić dwie grupy metod. Pierwsza grupa metod opiera decyzje o stanie na przekroczeniu zadanego progu rozpoznania p_x , tak jak w metodzie Bayesa lub sekwencyjnej metodzie Walda. Druga grupa metod opiera decyzje o stanie obiektu na przekroczeniu wartości granicznych wektora sygnału S_1 - podobnie Jak w modelu regresyjnym. Tutaj jednak wartości S_1, wyznacza się opierając się na teorii decyzji statystycznych za pomoce licznych technik szczegółowych.
Przekroczenie zadanego progu trafności diagnozy [13] jest regułą wnioskowania metody Bayesa oraz metody sekwencyjnej Walda.

W metodzie Bayesa rozróżniamy wiedzę „a priori", posiadane przed próbą oceny stanu, oraz wiedzę „a posteriori" uzyskane jako wynik zastosowania statystycznej metody wnioskowania. Tak więc dla zastosowania Bayesowskiej metody wnioskowania należy dysponować oszacowaniem prawdopodobieństwa (dystrybuantę) zdatności P(z) i niezdatności P(n) w danej grupie maszyn. Ponieważ prawdopodobieństwo zdatności grupy maszyn w ruchu jest tożsame ze wskaźnikiem gotowości P(z) [125] to wystarczy jego znajomość, jako że: P(z) + P(n) =1. Kolejne oszacowania prawdopodobieństw, jakie należy znać, to prawdopodobieństwo warunkowe wystąpienia wartości S symptomu w stanie zdatności P(S/z) oraz w stanie niezdatności P(S/n).

Jak wiadomo, bezwarunkowe i jednoczesne występienie stanu X = {z, n} (zdatności bądź niezdatności) przy wartościach symptomu S, czyli P(XS) można obliczyć ze wzoru [73]:

$$P(XS) = P(X/S)P(S) = P(S/X)\,P(X)\,, \tag{4.17}$$

a z dwu ostatnich alternatyw wynika twierdzenie Bayesa orzekające o prawdopodobieństwie wystąpienia stanu X przy zmierzonym symptomie S.

$$P(x/s) = \frac{P(x)P(s/x)}{P(s)} = \frac{P(x)P(s/x)}{P(z)P(s/z) + P(n)P(s/n)} \tag{4.18}$$

gdzie X = {z; n} oznacza alternatywny stan zdatności „z" lub niezdatności „n", zaś P(s) jest całkowitym prawdopodobieństwem wystąpienia symptomu S podstawionym zgodnie z (4.16).

Mając więc informacje wstępne o P(X) a określając P(S/x) z pomiaru wartości symptomu S możemy obliczyć prawdopodobieństwa zdatności P(z/S) lub niezdatności P(n/S), przy danym S.

Jeśli tak obliczone prawdopodobieństwa przekraczają próg rozpoznania tzn.

$$P(X/S) > P_x. \qquad \text{dla} \qquad X = \{\, z\,.\, n\,\}$$

tu wartość S będzie określała stan o największym prawdopodobieństwie

$$P(z/S) \gtrless P(n/S) \tag{4.19}$$

lub dla którego poniższy iloraz

$$\frac{P(z/S)}{P(n/S)} \gtrless 1 \tag{4.20}$$

jest większy od jedności.

Jak już niejednokrotnie podkreślaliśmy, S może tu być pojedynczym symptomem lub też wektorem {s}. W tym ostatnim przypadku wg wzoru (4.18) musimy obliczyć warunkowe prawdopodobieństwa P({s}/x) trudne do wyznaczenia, które można łatwo oszacować zakładając niezależność składowych wektora {s} = col (S_1.....Sn) , co wg Birgera [13] nie jest źródłem dużych błędów. Wtedy mamy:

$$P(\{S\}/X) = \prod_{j=1}^{n} P(S_j / X) \tag{4.21}$$

i możemy znowu korzystać ze wzoru (4.18).

Podsumowując Bayesowskg metodę wnioskowania diagnostycznego można po wiedzieć, że po przekroczeniu progu rozpoznania (4.19) przyjmujemy dla obiektu stan o maksymalnym prawdopodobieństwie wg (4.20).

Trafność wnioskowania może tu być znacznie podwyższona jeśli nasza aprioryczna wiedza o obiekcie różni się istotnie od wiedzy rozkładu równomiernego $P(z) \Rightarrow P(n) \Rightarrow \frac{1}{2}$ Jeśli wektor sygnału posiada składowe o różnej wadze informacyjnej to pomiar wszystkich składowych może okazać się czasem niecelowy. Na przeciw temu wychodzi zastosowanie analizy sekwencyjnej w pobieraniu decyzji diagnostyczne j . Metoda ta oparta jest na wartości ilorazu zdarzeń przeciwnych (zdatny/niezdatny), a jako kryterium stosuje się iloczyn takich wyrażeń obliczany dla kolejnych składowych wektora S_1..... S o malejącej istotności informacyjnej

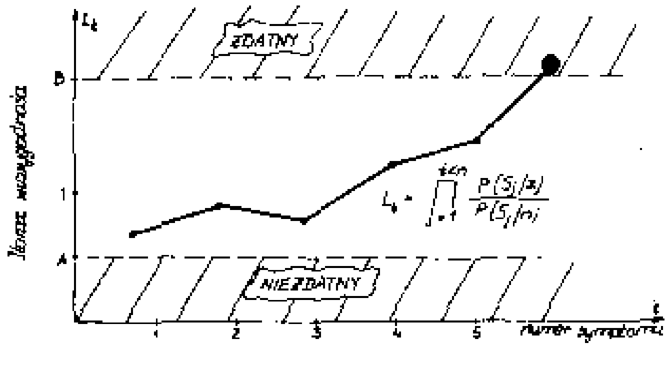
$$L_t = \prod_{j=1}^{t \le n} \frac{P(S_j / z)}{P(S_j / n)}, \tag{4.22}$$

Reguła decyzyjna metody sekwencyjnej Walda jest obecnie następująca patrz rys. 4.3):

$$L_t = \begin{Bmatrix} > A, to\{s\} \in \{s^z\} \rightarrow ZDATNY \\ < B, to\{s\} \in \{s^n\} \rightarrow NIEADATNY \end{Bmatrix} \tag{4.23}$$

B < L_t < A => uwzględnić kolejne składową „t" wektora {s].

Granice A i B wiarygodnej diagnozy oblicza się ze specjalnych wzorów [13,85] uwzględniających dopuszczalne prawdopodobieństwo zbędnego remontu oraz niedostrzeżonej awarii w funkcji liczby uwzględnionych składowych wektora symptomów tak jak na rysunku 4.3. Jak widać z powyższego,

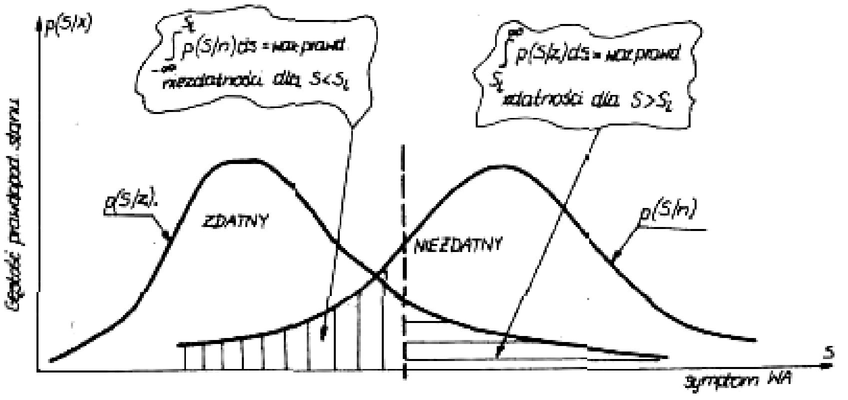


Rys.4.3. Sekwencyjna metoda wnioskowania diagnostycznego i granice A,B dla ilorazu wiarygodności

metoda ta na tę zaletę, że decyzja o stanie obiektu może być podjęta jedynie na podstawie kilku pierwszych najbardziej informatywnych składowych wektora sygnału (tutaj szósta składowa okazała się już wystarczającą do podjęcia decyzji). Daje to możliwość minimalizacji zbioru sprawdzeń i kosztów diagnozy, zwłaszcza jeśli składowe wektora symptomów są. współzależne.

<u>Diagnoza jako decyzja statystyczna.</u> Probabilistyczny model diagnostyczny obiektu sformułowany relacjami (4.14 , 4.16) dopuszcza jeszcze inny sposób wnioskowania za pomocą wartości granicznej symptomu S_1 - podobnie jak w modelu regresyjnym w punkcie 4.2.1. Uzyskanie wartości granicznej S_1 jest możliwe za pomoce metod teorii <u>decyzji statystycznej</u>

po zdefiniowaniu łącznego <u>ryzyka decyzji diagnostycznej.</u> Dla jasności wykładu posłużymy się tu zamiast wektorem sygnału jego jedne składowe S_1=S. Dla tej składowej model probabilistyczny (4.14) można prosto zilustrować graficznie w postaci gęstości prawdopodobieństw symptomu w stanie zdatności p(S/z) oraz niezdatności p(S/n), tak jak na rysunku 4.4.



Rys.4.4. Model probabilistyczny diagnozy obiektu mechanicznego jako wstęp do wyznaczenia wartości granicznej S_l za pomoce teorii decyzji statystycznych

Ola ścisłości trzeba tu stwierdzić, że gęstość stanu niezdatności p(S/n) w diagnostyce WA może mieć jedynie znaczenie poglądowe, jeśli kryterium niezdatności będzie przyczyna obiektywna - awaria unieruchamiająca maszynę. Po uszkodzeniu maszyny nie można bowiem zmierzyć jej drgań. Jeśli natomiast zdefiniujemy stan niezdatności subiektywnie, jako np. przekroczenie wartości normowej stanu, wtedy dalsze rozważania obu gęstości rozkładów maję pełen sens logiczny. Do kompletu naszych założeń przyjmijmy jeszcze, że znamy prawdopodobieństwo zdatności (gotowości) P(z) rozpatrywanej grupy obiektów i odpowiednie prawdopodobieństwo niezdatności P(n). Wtedy dysponując taką wiedzą możemy na podstawie modelu z rysunku 4.4 zdefiniować następujące możliwe zdarzenia:

- prawdopodobieństwo trafnej oceny stanu zdatności

$$P(z)\cdot \int_{-\infty}^{S_L} p(S/z)dS = P(z)P(S < S_1/z),$$

prawdopodobieństwo fałszywego alarmu lub <u>zbędnego remontu</u> wynikające z błędnej oceny stanu zdatności

$$P(z)\cdot \int_{S_L}^{\infty} p(S/z)dS = P(z)P(S < S_1/z),$$

prawdopodobieństwo niewykrycia stanu niezdatności – AWARII

$$P(n)\cdot \int_{-\infty}^{S_{tL}} p(S/z)dS = P(n)P(S < S_1/n), \qquad (4.24)$$

prawdopodobieństwo trafnej oceny stanu niezdatności (awarii)

$$P(n)\cdot \int_{S_L}^{\infty} p(S/n)dS = P(n)P(S > S_1/n),$$

Przyporządkowując obecnie każdemu zdarzeniu odpowiednie koszty uogólnione C_{ij} w postaci kary za fałszywą "f" ocenę stanu i nagrody za trafną "t" ocenę stanu zdatności "z" i niezdatności *"n"* możemy w ślad za [13] sformułować globalną ocenę ryzyka R decyzji diagnostycznej w postaci:

$$
\begin{aligned}
R = C_{tz} \cdot P(z) \int_{-\infty}^{S_L} p(S/z)dS + C_{fz} \cdot P(z) \int_{S_L}^{\infty} p(S/z)dS + \\
+ C_{fn} \cdot P(n) \int_{-\infty}^{S_L} p(S/n)dS + C_{tn} \cdot P(n) \int_{S_L}^{\infty} p(S/n)dS
\end{aligned} \tag{4.25}
$$

Jak widać z powyższego, jest to uwikłane równanie funkcyjne, na ogół w postaci niejawnej, na wyznaczenie wartości granicznej symptomu – S_1. Według Birgera [13] istnieje sześć sposobów wyznaczania S_1 minimalizujących ryzyko ($R = R_{min}$) różniących się liczbą czynników w ocenie ryzyka (4.25), a także stopniem znajomości apriorycznych prawdopodobieństw P(z) i P(n). W każdym jednak przypadku możemy napisać jakościowy wzór na wyznaczenie S_1 z relacji (4.25) w postaci:

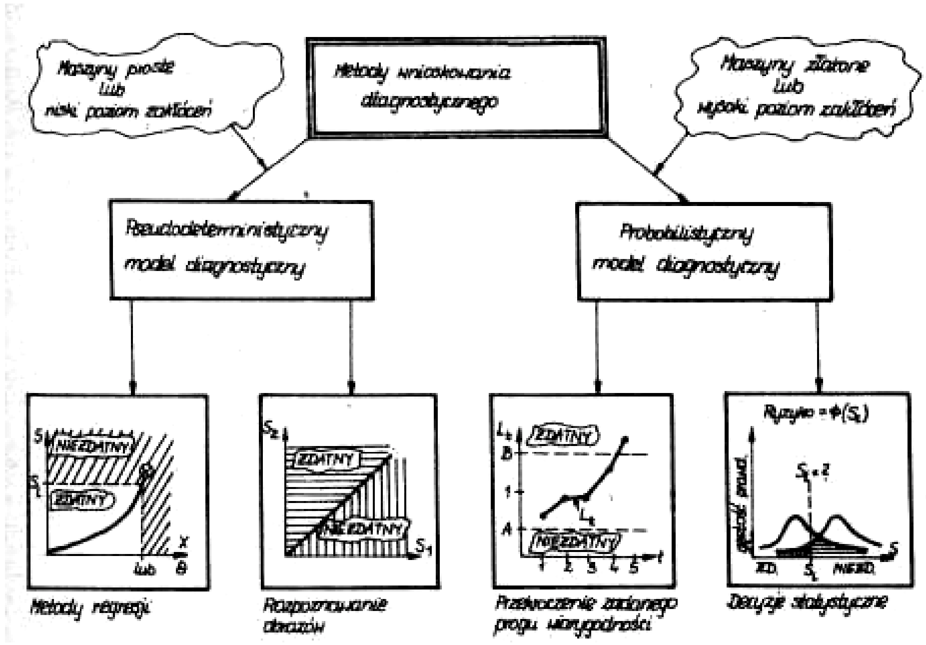
$$
S_1 = S(R = R_{\min}) \tag{4.26}
$$

Nie wdając się w szczegóły obliczeniowe tych metod i odsyłając zainteresowanych do literatury, np. [13,86], wymienimy i scharakteryzujemy jedynie najważniejsze techniki obliczeniowe. Najogólniejszy sposób to metoda minimalnego ryzyka, gdzie uwzględniamy wszystkie człony ryzyka R (4.25). W metodzie minimalnej liczby błędnych ocen uwzględniamy jedynie środkowe człony (4.25) przy C_{fz}, $C_{fn} \neq 0$. Z kolei, w metodzie „minimaxu" nie znamy prawdopodobieństw apriorycznych P(z), P(n). Najbardziej zaś przydatna w diagnostyce WA (patrz punkt 4.4) metoda Neymana- Pearsona minimalizuje prawdopodobieństwo niewykrycia awarii dla założonego poziomu zbędnych remontów. Wreszcie metoda największego prawdopodobieństwa to szczególny przypadek omawianej na początku metody minimalnego ryzyka z jednej strony, a z drugiej jest ona podobna do jednowymiarowego przypadku analizy sekwencyjnej (4.23) lub metody Bayesa (4.2l).

Po wyznaczeniu wartości granicznej S_1 jedne z technik obliczeniowych możemy przystępie do oceny stanu obiektu na podstawie poniższej prostej reguły rozgraniczającej stan na podstawie wartości zaobserwowanego symptomu

$$
\begin{aligned}
&S < S_1 \quad \text{to} \quad X = z \rightarrow \text{stan ZDATNY} \\
&S > S_1 \quad \text{to} \quad X = n \rightarrow \text{stan NIEZDATNY.}
\end{aligned} \tag{4.27}
$$

Tak w wielkim skrócie przedstawiają się sposoby wnioskowania o stanie obiektu mechanicznego, sposoby stosowane już lub możliwe do zastosowania w WA diagnostyce maszyn. Syntetycznym podsumowaniem omawianych wyżej zagadnień i możliwości podejmowania decyzji jest rysunek 4.5, ilustrujący jasne alternatywy modeli diagnostycznych obiektów mechanicznych i stosowane za nimi metody wnioskowania [81].



Rys.4.5. Syntetyczne ujęcie modeli diagnostycznych i metod wnioskowania WA [81]

Z rysunku tego wynika, że przy wysokim poziomie zakłóceń jedyne alternatywę są modele i metody probabilistyczne, podczas gdy dla niskiego poziomu zakłóceń można stosować modele pseudo deterministyczne nawet przy niejawnej zależności stan-symptom.

Przez cały punkt przewijało się pojęcie niepewności lub wiarygodności oceny stanu (zdatnego/niezdatnego). 3est to problem istotny, stąd też kolejny punkt ma za zadanie rzucić nieco światła na to zagadnienie.