LABORATORIUM DYNAMIKI MASZYN

Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania
Kierunek: Mechanika i Budowa Maszyn
Zakład Wibroakustyki i Bio-Dynamiki Systemów

Ćwiczenie nr 1

Dynamika układu o dwóch stopniach swobody

Cel ćwiczenia:

1. Poznanie metod praktycznego modelowania układów dynamicznych,
2. Wyznaczenie częstości własnych układu mechanicznego o dwóch stopniach swobody
3. Zapoznanie się z eksperymentalnymi metodami badania układów mechanicznych

Wyposażenie stanowiska:

1. Model układu dynamicznego - dwa wahadła fizyczne połączone sprężynami,
2. Przetworniki drgań,
3. Układy rejestracji i analizy sygnału drganiowego

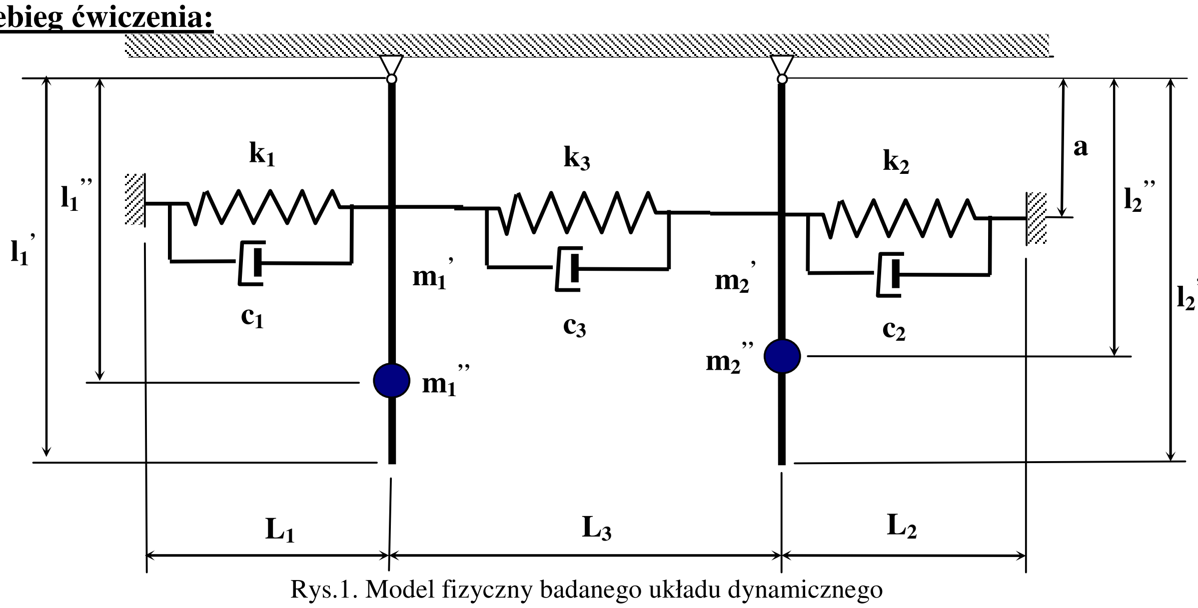
Literatura:

1. J. Leyko: Mechanika ogólna t.II, PWN Warszawa.
2. J. Misiak, Mechanika ogólna. Tom II Dynamika, WNT Warszawa.
3. C. Cempel, Drgania mechaniczne. Wprowadzenie, Wydawnictwo PP, Poznań.
4. Z. Osiński, Teoria drgań, PWN, Warszawa

Zagadnienia kontrolne:

1. Metody budowania dynamicznych równań ruchu.
2. Drgania swobodne układu mechanicznego o dwóch stopniach swobody.
3. Dokładne równanie ruchu wahadła fizycznego.
4. Dynamiczny eliminator drgań jako przykład układu mechanicznego o dwóch stopniach swobody.

Przebieg ćwiczenia:



Rys.1. Model fizyczny badanego układu dynamicznego

Obiekt składa się z dwóch wahadeł fizycznych – dwa jednorodne pręty o masach m_1' i m_2' i długościach l_1' i l_2' ze skupionymi masami odpowiednio m_1'' i m_2'' umieszczonymi w położeniach l_1'' i l_2'' połączone sprężynami o sztywnościach k_1, k_2 i k_3 mocowanych w odległości a od osi obrotu.

Założenia dotyczące modelu: opory ruchu w łożyskach są pomijalnie małe, sprężyny stanowią ciała Kelvina – Voigta o liniowych właściwościach sprężystych i dyssypatywnych.
Równania ruchu układu dla małych wychyleń i małych wartości c_i są postaci:

$$\begin{aligned} J_1\varphi_1 + a^2\left[k_1\varphi_1 - k_3(\varphi_2 - \varphi_1)\right] + m_1 g s_1 \varphi_1 = 0, \\ J_2\varphi_2 + +a^2\left[k_2\varphi_2 + k_3(\varphi_2 - \varphi_1)\right] + m_2 g s_2 \varphi_2 = 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

gdzie φ_i są kątami obrotu wahadeł, $J_{ti} = \frac{1}{3} m_i' l_i'^2 + m_i'' l_i''^2$ są momentami bezwładności wahadeł względem osi obrotu a $s_i = \frac{0.5 m_i' l_i' + m_i'' l_i''}{m_i' + m_i''}$ są położeniami środków masy wahadeł.

Kolejne kroki realizacji ćwiczenia:

- zmierzyć wszystkie wielkości geometryczne badanego układu i następnie wyliczyć momenty bezwładności J_{ti} i położenia środków masy s_i wahadeł,
- po odłączeniu sprężyn zarejestrować przebiegi drgań swobodnych obu wahadeł i wyznaczyć okresy drgań swobodnych T_{0di} a następnie wyliczyć momenty bezwładności $J_{di} = \frac{m_i g s_i}{(2\pi T_{0di})^2}$, gdzie $m_i = m_i' + m_i''$, i porównać wartości J_{ti} i J_{di} ,
- wyliczyć cząstkowe częstości własne $\omega_{0ti}^2 = \frac{m_i g s_i + a^2(k_i + k_3)}{J_{ti}}$ oraz zarejestrować drgania swobodne każdego z wahadeł przy unieruchomionym drugim wahadle i wyznaczyć okresy drgań T_{di} a następnie porównać wartości ω_{0ti} i $\omega_{0di} = \frac{2\pi}{T_{di}}$
- wyliczyć współczynniki postaci własnych i częstości własne
  $\alpha_{t1} = \frac{\omega_{0t1}^2 - \omega_{t1}^2}{\lambda_1}$, $\alpha_{t2} = \frac{\omega_{0t1}^2 - \omega_{t2}^2}{\lambda_1}$, i $\omega_{t1}^2 = \frac{1}{2}\left[\omega_{0t1}^2 + \omega_{0t2}^2 - \sqrt{\left(\omega_{0t1}^2 - \omega_{0t2}^2\right)^2 + 4\lambda_1\lambda_2}\right]$,
  $\omega_{t2}^2 = \frac{1}{2}\left[\omega_{0t1}^2 + \omega_{0t2}^2 + \sqrt{\left(\omega_{0t1}^2 - \omega_{0t2}^2\right)^2 + 4\lambda_1\lambda_2}\right]$ układu, gdzie $\lambda_1 = \frac{k_3 a^2}{J_1}, \lambda_2 = \frac{k_3 a^2}{J_2}$.
- dla zadanych warunków początkowych
  $t = 0,\ \varphi_1 = \varphi_0,\ \varphi_2 = 0$ wyznacz maksymalne wychylenie φ_{2max}
  $t = 0,\ \varphi_1 = 0,\ \varphi_2 = \varphi_0$ wyznacz maksymalne wychylenie φ_{1max} a następnie wylicz współczynniki postaci własnych $\alpha_{d1} = \frac{\varphi_0 \pm \sqrt{\varphi_0^2 - \varphi_{1max}\varphi_{2max}}}{\varphi_{1max}}$ i $\alpha_{d2} = \frac{-\varphi_0 \pm \sqrt{\varphi_0^2 - \varphi_{1max}\varphi_{2max}}}{\varphi_{1max}}$
  i porównaj wartości odpowiednio α_{ti} i α_{di} dla $i = 1,2$
- Dla zadanych warunków początkowych
  $t = 0,\ \varphi_1 = \varphi_0,\ \varphi_2 = \alpha_1\varphi_0$ i $t = 0,\ \varphi_1 = \varphi_0,\ \varphi_2 = \alpha_2\varphi_0$ zarejestruj sygnały wychyleń obu wahadeł i wyznacz wartości częstości własnych ω_{di} dla $i = 1,2$ i porównaj je z ω_{ti}.
- Określ współczynnik sprzężenia obu wahadeł z zależności $\sigma^2 = \frac{4\lambda_1\lambda_2}{\left(\omega_{0t1}^2 - \omega_{0t2}^2\right)^2}$
- Dokonaj oceny przeprowadzonych badań eksperymentalnych i obliczeń teoretycznych.

Uwaga: wskaźniki t i d oznaczają odpowiednio wartości wielkości fizycznych uzyskanych na podstawie obliczeń teoretycznych i badań doświadczalnych.